

ЦИФРОВАЯ БРАБОТКА СИГНАЛОВ

2/2001

НАУЧНО - ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Обнаружение случайных сигналов

ЦОС в радиолокации

Цифровая фильтрация

Оптимальное проектирование



ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

№ 2/2001

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.Б. ЗУБАРЕВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

В.В. ВИТЯЗЕВ, В.П. ДВОРКОВИЧ

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

В.Н. Вяльцев

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

П.А. Арутюнов, Б.А. Бабаян, Ю.И. Борисов,
С.А. Грибачев, Г.Н. Егоров, Г.В. Зайцев,
Е.П. Зелевич, Р.В. Зубарев,
А.П. Кирпичников, М.И. Кривошеев,
Н.А. Кузнецов, М.С. Куприянов, А.А. Ланнэ,
В.Г. Мистюков, С.Л. Мишенков, А.А. Петровский,
Ю.Н. Прохоров, А.Н. Соловьев, Ю.Г. Сосулин,
Н.Г. Харатишвили, В.В. Шахгильдян,
Ю.С. Шинаков

Адрес редакции:

103064 Москва, ул. Казакова, 16, к. 1202
Тел./факс: (095) 267-0662
E-mail: pl@com2com.ru

Цифровая обработка сигналов

№ 2/2001, с. 1 – 56

Издатель: ООО "ЛТИС"

Генеральный директор

П.Л. Серебрянников

Дизайн и верстка С.Г. Тюканова

Корректурa Е.В. Карасева

Н.Н. Сергеева

Издание зарегистрировано в Министерстве
Российской Федерации
по делам печати, телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации
ПИ № 77-1488 от 14.01.00

В НОМЕРЕ:

В.В. Витязев, А.А. Зайцев

**Оптимальное проектирование
многоступенчатых структур
фильтров-дециматоров на сигнальных
процессорах**

2

В.Г. Санников

**Устойчивый алгоритм статистической
идентификации авторегрессионной
модели речевого сигнала**

10

А.Ю. Хошев, А.М. Шлома

**Алгоритм посимвольного декодирования
параллельного каскадного кода
во временной области**

15

Е.П. Зелевич, С.Л. Мишенков

**Особенности операционной системы
"СМАРТ-КАРТ"**

19

В. Бехар, Х. Кабакчиев

**Алгоритмы цифровой демодуляции
ЛЧМ-сигналов**

25

В.П. Волчков

**Обнаружение случайных сигналов в базисах
функций Виленкина – Крестенсона при
неполной априорной информации**

32

В.Е. Чернов, С.А. Грибачев

**Концепция цифровых сигнальных
процессоров трех платформ компании
Texas Instruments. Унифицированные
средства проектирования и отладки**

41

Д.И. Попов

**Оптимизация рекурсивных
режекторных фильтров**

45

А.В. Дворкович

**Новый метод расчета эффективных
оконных функций, используемых при
гармоническом анализе с помощью ДПФ**

49

Памяти Клода Элвуда ШЕННОНА

55

Оптимальное проектирование многоступенчатых структур фильтров-дециматоров на сигнальных процессорах

Одной из актуальных задач теории и техники приема, преобразования и обработки сигналов остается синтез и расчет параметров многоступенчатых структур цифровых узкополосных фильтров для понижения и повышения частоты дискретизации. В зависимости от числа ступеней преобразования и выбора параметров структуры фильтра требуемые вычислительные затраты и резервируемая память данных и коэффициентов могут меняться в широких пределах.

Рассматривается методика оптимального проектирования многоступенчатых структур фильтров-дециматоров, понижающих частоту дискретизации в заданное число раз при минимальных вычислительных затратах для заданных ограничений на точность воспроизведения желаемых частотных характеристик и выделенные ресурсы памяти данных и памяти коэффициентов. Иллюстрируется эффективность применения предлагаемой методики при построении фильтров-дециматоров на сигнальных процессорах семейства ADSP-21xx.

Введение

Понижение частоты дискретизации сигнала может показаться тривиальной задачей, но лишь до тех пор, пока коэффициент прореживания лежит в пределах первого десятка. Во многих приложениях цифровой обработки сигналов, в частности в цифровых приемниках и системах регистрации геофизических данных, возникает потребность понижать частоту дискретизации входного сигнала в десятки и даже в сотни раз. Столь высокие требования заставляют искать оптимальные пути решения данной проблемы, тем более что решение прикладной задачи подразумевает реализацию на конкретном сигнальном процессоре. В настоящее время теоретические аспекты проблемы построения оптимальных в смысле реализации на сигнальных процессорах систем многоступенчатой дискретизацией хорошо проработаны в [1]. Практическая реализация предложенных методик ложится на плечи конкретных разработчиков соответствующего программного и аппаратного обеспечения и решается каждый раз заново. В связи с этим обстоятельством была предпринята попытка выработки общих рекомендаций по поиску оптимальной структуры понижения частоты дискретизации и ее реализации на конкретном семействе сигнальных процессоров. В частности, был сделан акцент на семейство 16-разрядных процессоров ADSP-21xx, выпускаемых хорошо известной фирмой Analog Devices, Inc.

Исторически задача поиска оптимальной многоступенчатой структуры децимации появилась в рамках теории цифровой частотной селекции сигналов. Необходимость построения фильтров частотной селекции с высокими качественными характеристиками инициировала поиск оптимальной в смысле вычислительных затрат и требуемой емкости оперативной памяти реализации

низкочастотных фильтров. Это привело к рассмотрению структур с многоступенчатой децимацией и последующим восстановлением исходной частоты дискретизации выходного сигнала путем интерполяции по многоступенчатой схеме, дуальной к структуре децимации. Вместе с тем задача оптимального проектирования фильтров-дециматоров имеет самостоятельное значение, поскольку существует широкий спектр задач, не требующих восстановления исходной частоты дискретизации.

Постановка задачи оптимального проектирования

На практике разработчик может столкнуться с различными вариантами постановки задачи. Рассмотрим два из них. Первый заключается в следующем: необходимо реализовать на процессоре обработки сигналов определенного семейства (в данном случае ADSP-21xx) цифровой фильтр-дециматор, работающий в реальном времени, т.е. в темпе поступления входных данных, и понижающей частоту дискретизации входного сигнала в V раз, обеспечивая при этом заданные показатели частотной избирательности (*первая задача*). В данном случае коэффициент прореживания известен заранее, т.е. еще на этапе разработки.

Второй заключается в требовании разработки программы для сигнального процессора, которая бы обеспечивала понижение частоты дискретизации входного сигнала в любое из v_i раз, $i = \overline{1, K}$ (*вторая задача*). Причем коэффициент прореживания задается во время нормального функционирования микропроцессорной системы посредством некоего управляющего воздействия, например командой с хост-машины. Значения v_i либо имеют наименьший общий делитель, отличный от единицы, либо, кроме того, кратны друг другу. Например, рядом значений v_i может

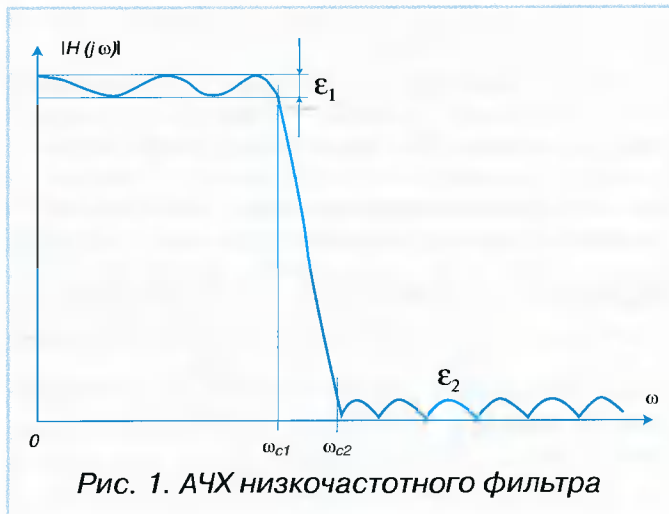


Рис. 1. АЧХ низкочастотного фильтра

быть последовательность: {4, 8, 10, 16, 20, 24, 32, 40, ..., 320}.

В связи с тем что КИХ-фильтры являются наиболее просто и эффективно реализуемыми на сигнальных процессорах, работающих с фиксированной точкой, а также обладают линейной фазой (данное обстоятельство в некоторых прикладных областях становится решающим при выборе класса цифровых цепей), в данной работе все фильтры имеют конечную импульсную характеристику.

Прямое решение поставленных задач предполагает построение фильтров высоких порядков для каждого коэффициента децимации. Требуемый порядок фильтра может быть рассчитан по формуле [1]

$$N_{тр} = \alpha \cdot \beta \cdot L(\epsilon_1, \epsilon_2), \quad (1)$$

где $\alpha = \frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$ коэффициент прямоуглольности

АЧХ фильтра, $\beta = \frac{2\pi}{\omega_{c1}}$ – показатель узкополосности

фильтра, $L(\epsilon_1, \epsilon_2) \approx -\frac{2}{3} \log_{10}(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2)$ – показатель частотной избирательности фильтра, ω_{c1} и ω_{c2} – частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности, $\omega = 2\pi \cdot f \cdot T$ – приведенная круговая частота, T – период дискретизации, ϵ_1 и ϵ_2 – допустимая неравномерность АЧХ фильтра в полосе пропускания и допустимый уровень боковых лепестков в зоне непрозрачности (затухание в полосе непропускания). Физический смысл этих показателей хорошо раскрывает рис. 1.

Рассчитанный по этой формуле требуемый порядок фильтра для понижения частоты дискрети-

зации в 10 и 320 раз ($\alpha = 9$, $\epsilon_1 = 0,1$ дБ, $\epsilon_2 = -120$ дБ) равен соответственно 933 и 29867. Как первая, так и вторая цифра делают не реальным “лобовое” решение поставленной задачи на сигнальном процессоре. Однако существует подход [2], позволяющий решить эту задачу с гораздо меньшими вычислительными затратами. Этот подход заключается в построении многоступенчатой структуры фильтров дециматоров с понижением частоты дискретизации на каждой ступени в оптимальное в некотором смысле число раз (рис. 2).

Первую задачу можно формализовать следующим образом. На множестве многоступенчатых структур $G_{F^l}^d \in G_F^d$, $l = 0, 1, \dots, m$, класса КИХ-фильтров G_F^d , реализуемых с использованием вторичной дискретизации, найти подкласс $G_{F^k}^d \in G_F^d$ и составной оператор $F^k \in G^{d_k}$ вида $F^k = L^{d_k}\{F_0, F_1, \dots, F_k\}$ с заданной структурой L^{d_k} такие, что

$$\begin{cases} \Phi(G_{F^k}^d, F^k) = V(G_{F^k}^d, F^l) \rightarrow \min; \\ \max_{\omega=-\pi, \pi} p(\omega) |H_B(j\omega, F^k) - H(j\omega)| \leq \epsilon_{доп}; \\ S(G_{F^k}^d, F^k) \leq S_{доп}; Q(G_{F^k}^d, F^k) \leq Q_{доп}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\Phi(G_{F^k}^d, F^k)$ – целевая функция, выбираемая из критерия минимизации приведенных временных затрат $V(G_{F^k}^d, F^l)$ на программно-аппаратную реализацию оператора F^k в подклассе $G_{F^k}^d$; $H_B(j\omega, F^k)$ – воспроизводимая в подклассе $G_{F^k}^d$ передаточная функция; $H(j\omega)$ – желаемая передаточная функция; $p(\omega)$ – весовая функция чебышевского приближения; $S(G_{F^k}^d, F^l)$ и $Q(G_{F^k}^d, F^l)$ – емкости внутрикристалльных памяти программ и памяти данных, требуемые на реализацию оператора F^k в подклассе $G_{F^k}^d$; $S_{доп}$ и $Q_{доп}$ – ограничения на предельную емкость памяти программ и памяти данных (определяются семейством сигнальных процессоров и способом организации памяти); $\epsilon_{доп}$ – точность воспроизведения желаемой частотной характеристики $H(j\omega)$.

Как было сказано выше, решение поставленной задачи будем искать в подклассе многоступенчатых структур с децимацией на каждой ступени (рис. 2). Таким образом, задача (2) сводится к поиску оптимального числа ступеней и параметрической оптимизации порядков фильтров N_i и значений коэффициентов прореживания v_i на каждой ступени.

Построение структуры начнем с последней ступени. Очевидно, что именно на последней ступени должен быть реализован так называемый формирующий фильтр, обеспечивающий заданную прямо-

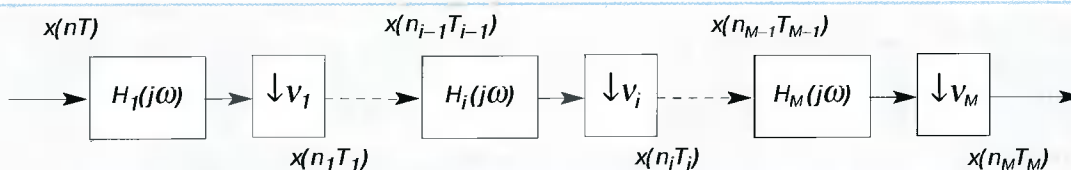


Рис. 2. Общая структура многоступенчатой дискретизации

угольность. Часто в техническом задании требуется обеспечить высокую прямоугльность фильтра-дециматора. В таких случаях параметр α , входящий в формулу расчета порядка (1), вносит значительный вклад в увеличение порядка фильтра. Параметр β полностью определяется коэффициентом прореживания ν на данной ступени следующим образом

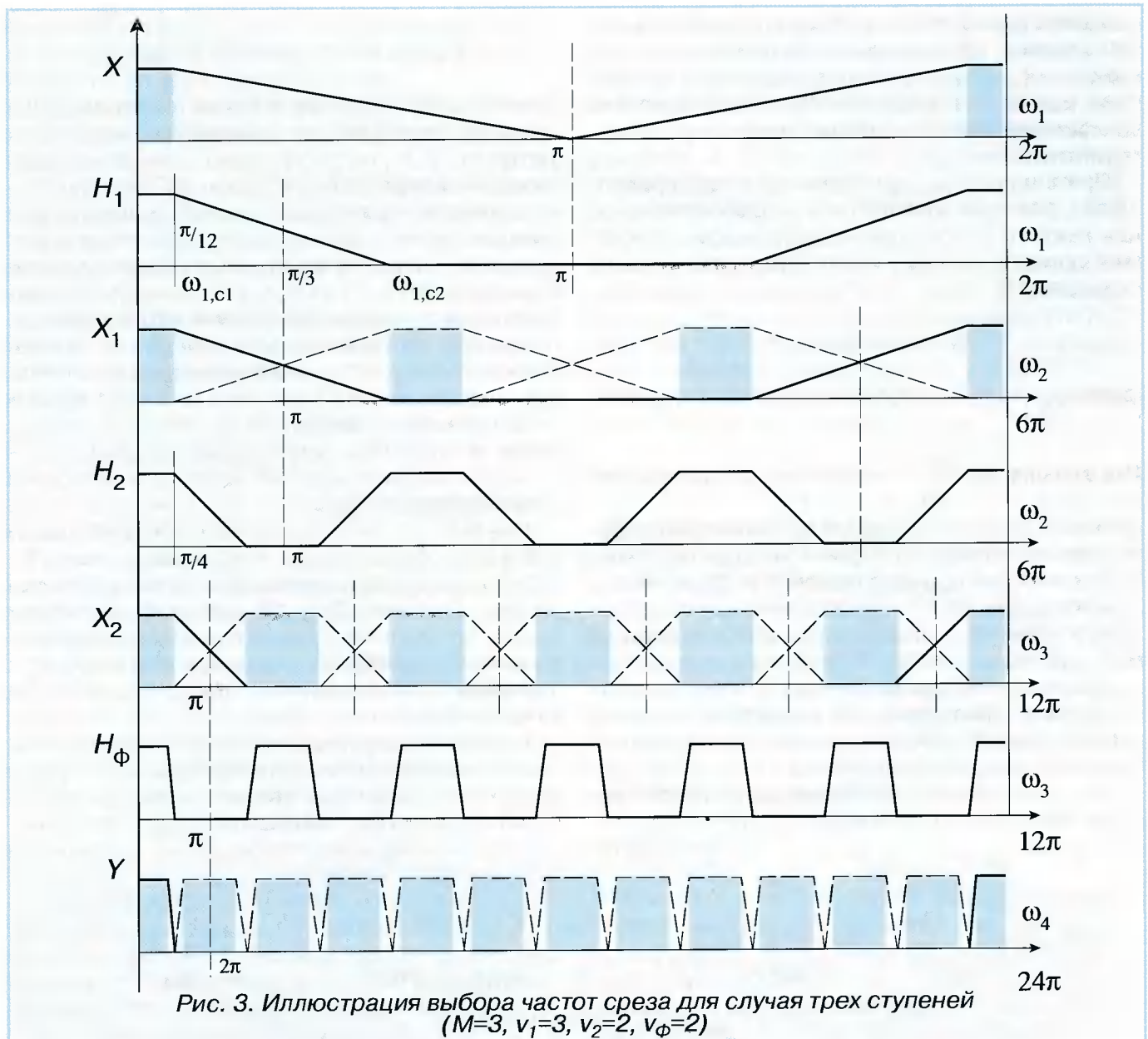
$$\beta = \frac{2\pi}{\omega_{c1}} \left| \omega_{c1} = \frac{\pi}{\nu} \right. = 2\nu. \quad (3)$$

Очевидно, что чем меньше ν_M , где M – количество ступеней структуры, тем на меньшей частоте дискретизации работает формирующий фильтр и тем меньше его порядок. Минимальным значением коэффициента прореживания является наименьший простой множитель коэффициента децимации всей системы. Например, при четном коэффициенте децимации всей системы $\nu_M=2$. Порядок формирующего фильтра можно определить с учетом (1) как

$$N_\phi = \alpha \cdot \beta \cdot L(\epsilon_1, \epsilon_2) \approx -2\alpha_{зад} \cdot \nu_M \cdot \frac{2}{3} \log_{10}(\epsilon_1 \cdot \epsilon_2) \quad (4)$$

Рассмотрим произвольную i -ю ступень децимации. Учитывая, что воспроизведение заданной прямоугности АЧХ многоступенчатой структуры обеспечивается формирующим фильтром, для i -го фильтра-дециматора можно допустить наложение частот в переходной зоне, т.е. взять частоту $\omega_{i,c2} > \frac{\pi}{\nu_i}$, а именно $\omega_{i,c2} = \frac{2\pi}{\nu_i} - \frac{\pi}{\nu} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} \nu_j$ и соответственно $\omega_{i,c1} = \frac{\pi}{\nu} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} \nu_j$. Это значительно уменьшает показатель прямоугности α и, следовательно, порядок фильтра на данной ступени, который определяется как (5)

$$N_i = \alpha \cdot \beta \cdot L_i = \frac{\omega_{i,c1}}{\omega_{i,c2} - \omega_{i,c1}} \cdot \frac{2\pi}{\omega_{c1,i}} \cdot L_i = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\nu_i} - \frac{2\pi}{\nu} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} \nu_j} \cdot L_i = \frac{\nu_i \cdot L_i}{1 - \frac{1}{\nu} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} \nu_j}. \quad (5)$$





Таким образом, порядок фильтра на каждой ступени определяется не только коэффициентом прореживания на этой ступени, но и местом фильтра в структуре (показатели частотной избирательности приняты одинаковыми для всех фильтров).

Рассмотрим процесс децимации, проиллюстрированный на рис. 3. Понижение частоты дискретизации осуществляется в 3 этапа (в нашем примере $v = 12$, $v_1 = 3$, $v_2 = 2$, $v_\phi = 2$). Исходный сигнал X обрабатывается НЧ-фильтром H_1 с частотами среза $\omega_{1,c1} = \frac{\pi}{V}$, $\omega_{1,c2} = \frac{2\pi}{V_1} - \frac{\pi}{V}$, после чего прореживается в два раза. Полученный сигнал X_1 в следствие заворачивания частот имеет искажения везде кроме области $[0; \frac{\pi}{V} \cdot v_1]$. Так как период дискретизации сигнала изменился в 3 раза, то АЧХ сигнала изображена в новом масштабе приведенных частот $\omega_2 = 2\pi v_1 T_1$. Далее сигнал X_1 подвергается обработке фильтром с частотами среза $\omega_{2,c1} = \frac{\pi}{V} \cdot v_1$, $\omega_{2,c2} = \frac{2\pi}{V_2} - \frac{\pi}{V} \cdot v_1$. Следует отметить, что $\omega_{1,c1}$ и $\omega_{2,c1}$ хотя и имеют разные значения, соответствуют одной и той же абсолютной частоте $\frac{f_{квХ}}{2V}$. Прореженный в два раза сигнал X_2 поступает на вход формирующего фильтра, который полностью вырезает компоненты наложения и формирует заданную прямоугольность АЧХ. Так как невозможно получить идеальную прямоугольную АЧХ, то приходится мириться с некоторым "завалом" частотной характеристики в полосе пропускания, который и определяется $\alpha_{зад}$. Отфильтровав сигнал X_2 формирующим фильтром, можно еще раз осуществить прореживание в 2 раза, что и обеспечит в конечном итоге реализацию заданного коэффициента прореживания v .

Формализация и решение задачи оптимального проектирования

Оценим затраты на реализацию формирующего и i -го каскадов, учитывая тот факт, что свертка имеет тройную вычислительную сложность, обусловленную необходимостью выполнения операций с данными и коэффициентами, представленными с двойной точностью. Вычислительные затраты, приведенные ко времени обработки одного отсчета, можно определить как

$$R_\phi = \frac{3N_\phi}{v}, \quad (6)$$

$$R_i = \frac{3 \cdot N_i}{\prod_{j=1}^i v_j} = \frac{3 \cdot v_i \cdot L_i}{\left(1 - \frac{1}{V} \cdot \prod_{j=1}^i v_j\right) \cdot \prod_{j=1}^i v_j}, \quad i = \overline{1, M-1}. \quad (7)$$

Требуемый объем внутрикристалльной памяти данных и памяти коэффициентов определяется следующим образом:

$$S_\phi = 2N_\phi, \quad Q_\phi = 2N_\phi, \quad (8)$$

$$S_i = 2N_i, \quad Q_i = 2N_i, \quad i = \overline{1, M-1}, \quad (9)$$

Обобщив полученные результаты, конкретизируем задачу (2) следующим образом.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(M, \mathbf{v}) = \left[\sum_{i=1}^{M-1} \frac{3 \cdot v_i \cdot L_i}{\left(1 - \frac{1}{V} \cdot \prod_{j=1}^i v_j\right) \cdot \prod_{j=1}^i v_j} + R_\phi \right] \cdot f_{кв} \rightarrow \min; \\ \max_{\omega = -\pi, \pi} p(\omega) |H_B(j\omega, F^k) - H(j\omega)| \leq \epsilon_{доп}; \\ S(M, \mathbf{v}) = 2 \sum_{i=1}^{M-1} N_i + S_\phi \leq S_{доп}; \\ Q(M, \mathbf{v}) = 2 \sum_{i=1}^{M-1} N_i + Q_\phi \leq Q_{доп}, \end{array} \right. \quad (10)$$

где \mathbf{v} – вектор размерности $1 \times M$, состоящий из коэффициентов децимации каждой ступени, стоящих в порядке их вхождения в общую структуру. Решение задачи (10) предполагает выбор M и нахождение \mathbf{v} . Второе неравенство в (10) считается выполненным за счет качественного расчета фильтров каждой ступени. $S_{доп}$ и $Q_{доп}$ заранее не определяются и лимитируются только размером внутрикристалльной памяти программ и данных.

Поиск решения задачи (10) подразумевает многомерную оптимизацию. Однако существуют рекомендации по выбору рационального решения, которое несколько уступает оптимальному, но является более предпочтительным при реальном воплощении. Эти рекомендации заключаются в следующем:

- Наибольший выигрыш по вычислительной эффективности достигается при переходе от одноступенчатой структуры к двухступенчатой и чуть меньший – при переходе от двухступенчатой к трех- и четырехступенчатой структурам. Дальнейшее увеличение числа ступеней, в незначительной степени прибавляя эффективности, значительно усложняет схемотехническую или программную реализацию.
- Коэффициенты прореживания M -ступенчатого оптимизированного дециматора должны удовлетворять условию: $v_j > v_{j+1} > \dots > v_M$.
- Требуемое число вычислений оптимизируемого M -ступенчатого дециматора относительно нечувствительно к небольшим изменениям параметров v_j , поэтому при практической реализации можно округлять значения этих параметров к ближайшему целому без существенной потери в эффективности.

Таким образом, выбор рационального решения задачи (10) может быть осуществлен перебором возможных комбинаций коэффициентов про-

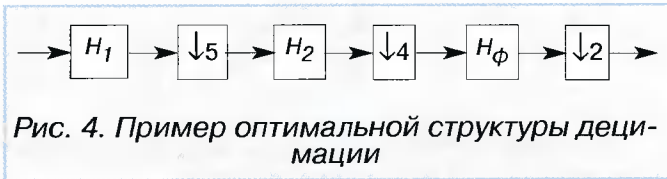


Рис. 4. Пример оптимальной структуры децимации

реживания с учетом вышепредложенных рекомендаций.

Для доказательства оптимальности предлагаемого подхода сравним «лобовое» решение задачи понижения частоты дискретизации в 120 раз и решение, основанное на построении многоступенчатой структуры, изображенной на рис. 4. Пусть требуется реализовать фильтр-дециматор с коэффициентом прямоугольности $\alpha=9$ и показателями частотной избирательности $\varepsilon_1=10^{-2}$, $\varepsilon_2=10^{-6}$. Тогда для реализации одноступенчатого дециматора потребуется фильтр порядка $N=11520$. Умножив эту цифру на два, получим необходимый объем памяти данных и программ. Требуемые вычислительные затраты, приведенные ко времени обработки одного входного отсчета, могут быть оценены как $R=3N/V=288$. В то же время реализация фильтра дециматора по схеме, изображенной на рис. 4, требует расчета фильтров следующих порядков: $N_1=97$, $N_2=46$, $N_\phi=204$. Ясно, что удвоенная сумма этих порядков, которая даст нам оценку требуемой памяти данных и программ для хранения коэффициентов, значительно меньше N . Кроме того, эффект по уменьшению вычислительных затрат будет еще больше. Оказывается, что средние вычислительные затраты, приведенные ко времени обработки одного отсчета, составляют $R=30$. То есть вычислительные затраты уменьшаются почти в 10 раз.

Рассмотрим вторую задачу. Для системы, реализующей понижение частоты дискретизации в выбранное из некоторого множества число раз, требуется обеспечить универсальность. Эта универсальность в первую очередь сказывается на используемых на каждой ступени фильтрах. Действительно, было бы очень удобно сформировать набор стандартных ступеней децимации, а затем в зависимости от требуемого общего коэффициента децимации формировать из них всю систему. Подход, используемый для решения первой задачи, а именно конструирование АЧХ фильтра с наложением, как это изображено на рис. 3, приводит к тому, что для каждого заданного коэффициента децимации требуется формировать свой набор фильтров. Это неприемлемо, т.к. может привести к недостатку внутрикристалльной памяти программ, требуемой для хранения коэффициентов фильтра.

Оказывается, что, если ввести дополнительное ограничение на проектируемые АЧХ фильтров, поставленная задача может быть решена путем проектирования типовых фильтров, соответствующих каждому промежуточному коэффициенту децимации и последующей их коррекции. Ограничение заключается в том, что при проектировании АЧХ фильтра допускается гораздо мень-

шее наложение переходной зоны, чем в предыдущей задаче. А именно, в качестве частот среза подавления и пропуска нужно взять следующие значения:

$$\omega_{c2,i} = \frac{2\pi}{V_i} - \frac{\pi}{V_M \cdot V_i} \text{ и соответственно}$$

$$\omega_{c1,i} = \frac{\pi}{V_M \cdot V_i}. \text{ Вызвано это тем предположением,}$$

что любая из формируемых ступеней децимации может оказаться на любом (кроме последнего) месте и не должна допускать наложение частот в переходной зоне больше, чем сможет устранить последняя, то есть формирующая ступень.

Проведем оценку затрат на реализацию структуры децимации. Выражения (4) и (6), которые дают оценку порядка формирующего фильтра и вычислительных затрат на его реализацию справедливы и для решения второй задачи. Для произвольной ступени децимации вместо (5) и (7) получим соответственно (11) и (12):

$$N_i = \frac{V_i \cdot V_M \cdot L_i}{V_M - 1}; \quad (11)$$

$$R_i = \frac{3 \cdot N_i}{\prod_{j=1}^i V_j} = \frac{3 \cdot V_i \cdot V_M \cdot L_i}{(V_M - 1) \cdot \prod_{j=1}^i V_j}, \quad i = \overline{1, M-1}. \quad (12)$$

Учитывая выше сказанное, а также приняв во внимание то, что выражения (8,9) для оценки требуемых затрат по памяти программ и данных справедливы и в этом случае, построим математическую задачу, аналогичную (10).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(M_p, \mathbf{v}_p) = \left[\sum_{i=1}^{M-1} \frac{3 \cdot V_i \cdot V_M \cdot L_i}{(V_M - 1) \cdot \prod_{j=1}^i V_j} + R_\phi \right] \cdot f_{KB} \rightarrow \min; \\ \text{где } p = \overline{1, P}; \\ \max_{\omega = -\pi, \pi} |H_B(j\omega, F^k) - H(j\omega)| \leq \varepsilon_{\text{доп}}; \\ S(K, V) = 2 \cdot V_M \cdot \sum_{i=1}^K V_i \cdot L_i + S_\phi \leq S_{\text{доп}}; \\ Q(M_p, \mathbf{v}_p) = 2 \cdot V_M \cdot \sum_{i=1}^{M-1} V_i \cdot L_i + Q_\phi \leq Q_{\text{доп}}, \end{array} \right. \quad (13)$$

где P – количество возможных задач децимации для данной системы, M_p – количество ступеней децимации для решения p -й задачи, \mathbf{v}_p – вектор, определяющий последовательность ступеней децимации и коэффициент прореживания на каждой ступени, V – множество необходимых стандартных ступеней децимации для решения всех P поставленных задач, K – количество элементов в V . Задачу (13) можно сформулировать следующим образом: для заданных коэффициентов по-



нижения частоты дискретизации входного сигнала μ_p , $p = 1, P$, найти такое множество V , состоящее из K коэффициентов децимации, и такой на-

бор векторов $\mathbf{v}_p = (v_1^p, v_2^p, \dots, v_{M_p}^p)$, $v_i^p \in V$, $\prod_{i=1}^{M_p} v_i^p = \mu_p$,

чтобы минимизировать приведенные к обработке одного отсчета временные затраты при любом заданном коэффициенте понижения частоты дискретизации. При этом требуется соблюдение наложенных ограничений на требуемую память программ и данных, а также на точность аппроксимации заданной частотной характеристики фильтра.

Решение задачи (13) отличается от решения предыдущей задачи. Множество V должно состоять из всех простых сомножителей всех заданных коэффициентов понижения частоты дискретизации. Каждый вектор, полностью определяющий многоступенчатую структуру децимации, должен состоять из необходимых элементов множества V , расположенных в порядке неубывания, за исключением последнего элемента вектора. Этот последний элемент, определяющий коэффициент децимации на последней – формирующей ступени, должен быть минимальным из V .

Так как формально вторая задача может быть сведена к нескольким первым, то сравнение решения обеих задач будет правомерным. Следует отметить, что решение второй задачи соответствует случаю минимальных затрат по памяти программ, необходимой для хранения коэффициентов фильтра. Однако, сравнивая выражения (6,7) и (12), можно показать, что по вычислительным затратам на реализацию одной ступени, приведенным к времени обработки одного отсчета, решение второй задачи значительно уступает решению первой:

$$\frac{R_{i, \text{задача 2}}}{R_{i, \text{задача 1}}} = \frac{v_M \cdot \left(1 - \frac{1}{v} \cdot \prod_{j=1}^i v_j\right)}{v_M - 1} \quad (14)$$

Естественно, что существует компромисс в поиске решения второй задачи, который заключается в следующем. Для реализации первых ступеней децимации формировать дополнительные фильтры с максимально возможным наложением. За счет уменьшения коэффициента прямоугольности, а следовательно, и порядка фильтров значительно уменьшатся (особенно на первых ступенях) вычислительные затраты, приведенные ко времени обработки одного отсчета входного сигнала.

Пример построения оптимальной структуры фильтра-дециматора на ADSP-218x

Определив оптимальную структуру фильтра-дециматора, рассмотрим ее реализацию на 16-разрядном сигнальном процессоре семейства ADSP-218x. Выражения (6,7) и (12) определяют “теоретические” вычислительные затраты, то есть затраты на реализацию свертки, и не учитывают необходимость различного рода вспомогательных пересылок и вычислений. Далее попутно с изложением предлагаемого алгоритма оценим реальные вычислительные затраты R_{real} .

Так как вся система децимации строится на основе последовательного соединения КИХ фильтров, то основной операцией будет стандартная процедура вычисления линейной свертки [4]. Как упоминалось выше, входной сигнал и коэффициенты фильтров имеют 32-разрядное представление (в случае 16-разрядных входных данных вся задача существенно упрощается). В связи с этим несколько усложняется реализация свертки. В общем, выполнение фильтрации включает следующие операции: 1) обнуление регистра результата умножителя; 2) подготовка счетчика циклов; 3) загрузка регистров МХ и МУ первыми операндами; 4) оператор цикла; 5) N операций умножения с накоплением для младшего слова данных и

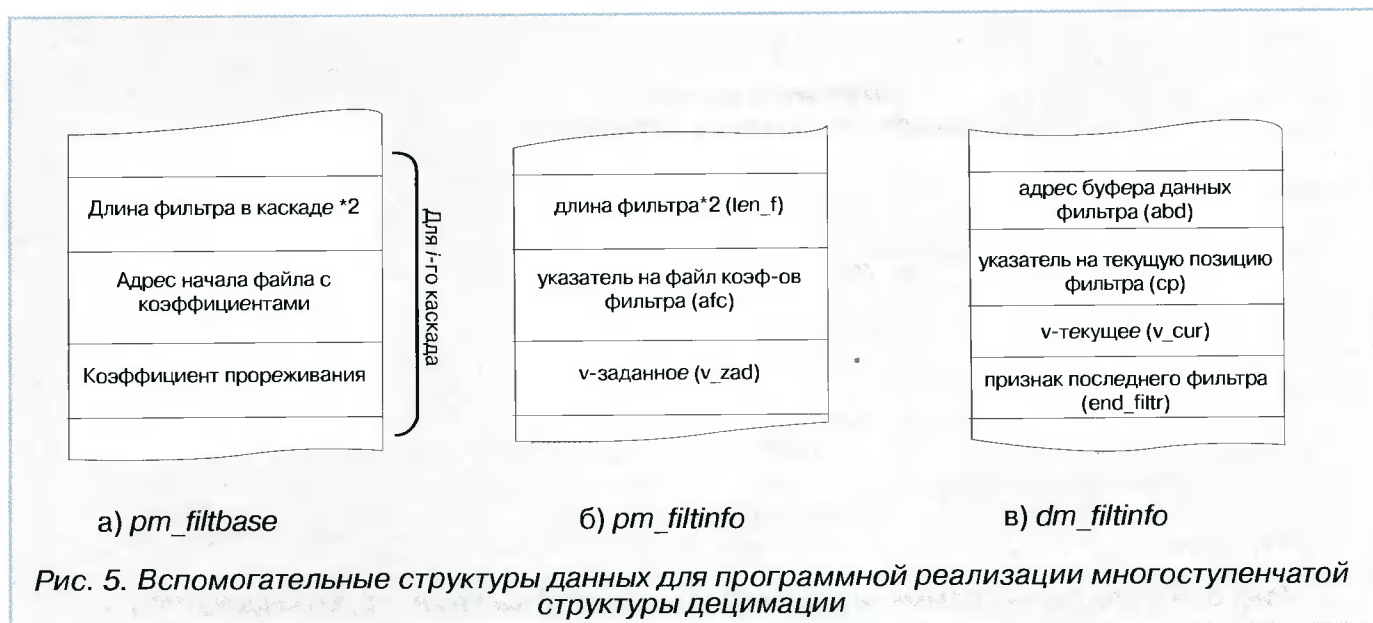


Рис. 5. Вспомогательные структуры данных для программной реализации многоступенчатой структуры децимации

старшего слова коэффициентов, далее повторение операций с второй по пятую для старшего слова данных и младшего слова коэффициентов; 6) две операции межрегистровой пересылки для осуществления сдвига результата первого этапа свертки; далее повторение операций со второй по пятую для старшего слова данных и коэффициентов; 7) проверка на переполнение; 8) сохранение результата. Всего $3 \cdot N + 17$ машинных циклов.

Программная реализация структуры в целом предполагает последовательное включение ступеней децимации, каждая из которых работает со своим буфером данных и коэффициентов. Однако простое повторение выше описанных процедур в тексте программы не отвечает требованиям ни оптимальности, ни универсальности. Небольшое усложнение программы и введение дополнительных структур данных позволяют использовать одну и ту же подпро-

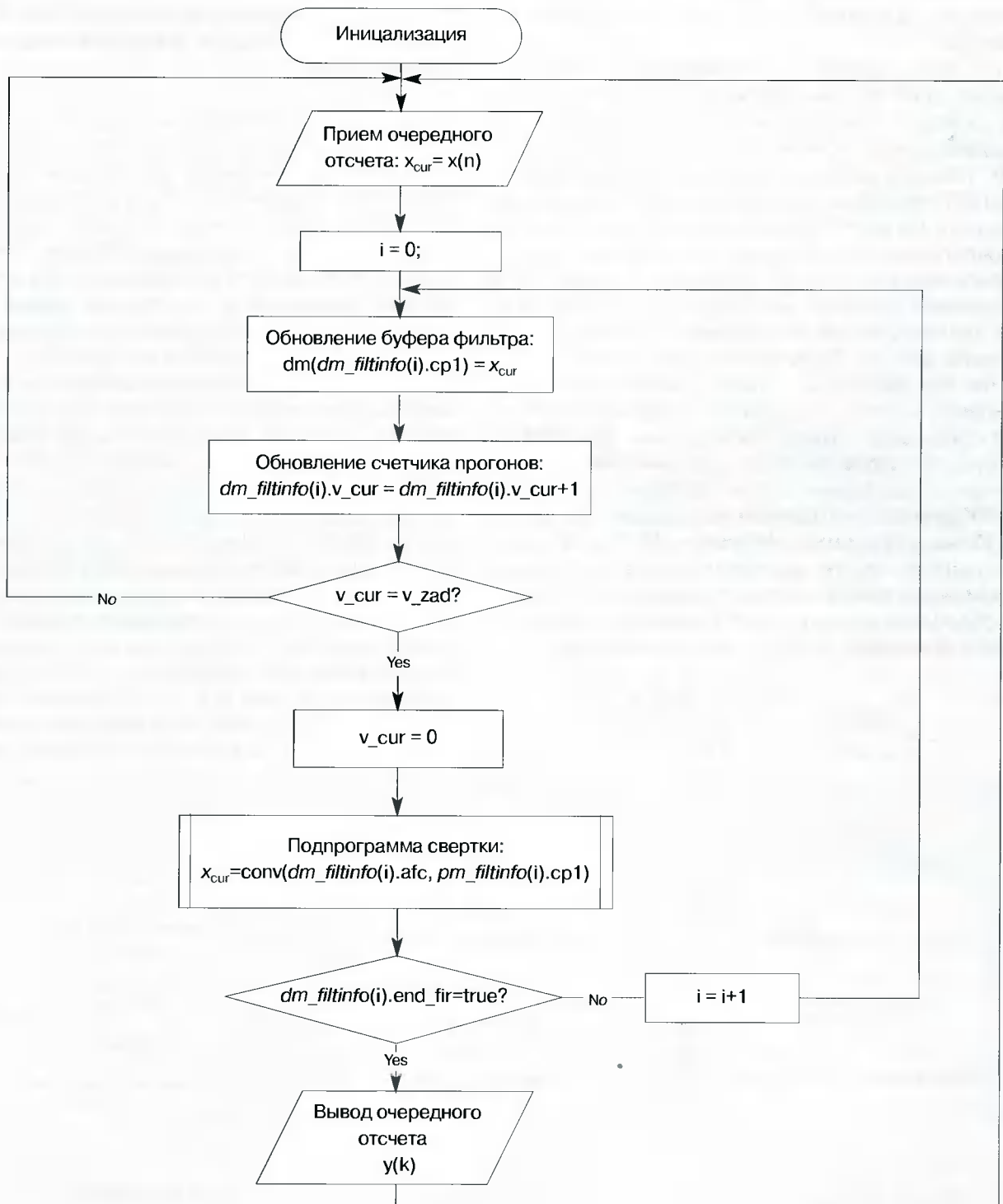


Рис. 6. Алгоритм программной реализации многоступенчатой структуры децимации



грамму для реализации всех ступеней децимации.

Предлагается следующий подход к программной реализации многоступенчатой структуры децимации. Найдя решение задачи (10) или (13), следует рассчитать соответствующие фильтры и, расположив их в памяти программ, заполнить структуру $pm_filtbase$ (рис. 5а). При инициализации программы следует на основании найденной структуры децимации заполнить две структуры данных $pm_filtinfo$ и $dm_filtinfo$ (рис. 5б,в), используя данные, записанные в $pm_filtbase$. Для каждой ступени децимации формируется свой блок служебной информации в обеих структурах.

Единственной проблемой, которую необходимо при этом решить, является поиск базового адреса для буфера данных фильтра и корректное распределение этих буферов в памяти данных микропроцессора. Однако эта задача сравнительно легко решается. Так как структуры $pm_filtinfo$ и $dm_filtinfo$ представляют найденную оптимальную структуру децимации в терминах адресов соответствующих фильтров в памяти данных и программ, программная реализация многоступенчатой структуры сводится к последовательному чтению предложенных структур данных, запуску подпрограммы фильтрации с соответствующими входными параметрами и условному переходу либо к обработке нового входного отсчета, либо к обработке сигнала на следующей ступени, либо к выдаче выходного отсчета сигнала (рис. б). Следует отметить, что предлагаемый алгоритм подходит для решения как первой, так и второй задачи – все определяется соответствующим формированием структур $pm_filtinfo$ и $dm_filtinfo$. Моделирование показало работоспособность данного алгоритма. Реализация этого алгоритма на языке Ассемблер потребовала в общей сложности

$$\frac{(3 \cdot N_i + 25)}{V_j} \text{ машинных циклов для } i\text{-й ступени}$$

децимации. Таким образом, корректируя выражения (10б) и (14) для определения вычислительных затрат, приведенных ко времени обработки одного отсчета, можно получить выражения для определения вычислительных затрат, приведенных ко времени обработки одного отсчета входного сигнала для первой и второй задач соответственно:

$$R = \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{3v_i \cdot L_i}{\left(1 - \frac{1}{V} \cdot \prod_{j=1}^i v_j\right) \cdot \prod_{j=1}^i v_j} + \frac{25}{\prod_{j=1}^i v_j} \right) + R_\phi + \frac{25}{V}, \quad (15)$$

$$R = \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{3v_i \cdot v_M \cdot L_i}{(v_M - 1) \cdot \prod_{j=1}^i v_j} + \frac{25}{\prod_{j=1}^i v_j} \right) + R_\phi + \frac{25}{V}. \quad (16)$$

В заключение следует отметить, что использование предлагаемой методики для решения конкретных задач обработки и регистрации геофизических данных в рамках НИР, проводимых с ВНИИ геофизики (Москва), позволило быстро и эффективно построить многоступенчатые структуры децимации для понижения частоты дискретизации с 96 и 40 кГц до 2, 1, 0.5, 0.25 и 0.125 кГц, а также реализовать их на сигнальном процессоре ADSP-2185 с обработкой в реальном времени до 3-х каналов одновременно.

Литература

1. *Витязев В.В.* Цифровая частотная селекция сигналов. М.: Радио и связь, 1993.
2. *Crochiere R.E., Rabiner L.R.* Multirate digital signal processing. – Englewood, NJ: Prentice-Hall, -1983.
3. *Рабинер Л., Голд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. / Пер. с англ. М.: Мир, 1978.
4. *Руководство пользователя по сигнальным микропроцессорам семейства ADSP-2100.* / Пер. с англ. Луновой О.В. – Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет. СПб, 1997.

Устойчивый алгоритм статистической идентификации авторегрессионной модели речевого сигнала

Рассматривается новый метод устойчивой рекуррентной оценки параметров авторегрессионной (АР) модели речевого сигнала (РС). Основу метода составляет процедура ортогонализации Грама – Шмидта текущей корреляционной матрицы РС. Данный метод, с одной стороны, обобщает известные методы блочной оценки параметров АР-моделей речи, с другой – имеет более простую реализацию по сравнению с оптимальными в среднеквадратическом смысле методами рекуррентной оценки параметров АР-моделей.

Приводится синтез регуляризирующего алгоритма статистической идентификации АР-модели речевого сигнала, наблюдаемого в смеси с шумом.

Идентификация голосового тракта, понимаемая в узком смысле как определение параметров модели речеобразования, является важным этапом проектирования как устройств анализа и синтеза речи, так и низкоскоростных голосовых кодеков. К настоящему времени разработано много алгоритмов определения параметров АР-моделей речеобразования, которые можно объединить в два больших класса: блочные и рекуррентные [1 – 3]. Не вдаваясь в их различительные особенности, хорошо описанные в [4], заметим, что основной недостаток всех этих алгоритмов состоит в их неустойчивости при плохой обусловленности текущей корреляционной матрицы РС. Для устранения этого недостатка требуется найти такой алгоритм текущей оценки параметров АР-модели РС, который был бы инвариантен к величине обусловленности текущей корреляционной матрицы РС, достаточно прост в реализации и удовлетворял заданному критерию качества. Рассмотрим один из возможных подходов к решению этой задачи.

Модель речевого сигнала. В практике анализа и синтеза речи широкое распространение получила нестационарная АР-модель РС следующего вида

$$s_t = a_t^{tr} s_t + \beta u_t, \quad t = p, p+1, \dots, \quad (1)$$

где

$$a_t = (a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{pt})^{tr}, \quad s_t = (s_{t-1}, s_{t-2}, \dots, s_{t-p})^{tr}, \quad (2)$$

соответственно векторы-столбцы параметров модели и отсчетов речевого сигнала, взятых в дискретные моменты времени, определенные для некоторого фиксированного момента времени t , tr – знак транспонирования, p – порядок модели.

В (1) принято начальное значение времени $t_0 = p$. Это связано с тем, что при $t \geq p$ вектор s_t содержит только результаты измерений, тогда как в противном случае он содержал бы неизвестные начальные условия: $s_{-1}, s_{-2}, \dots, s_{-p}$.

Рассмотрим рекуррентную процедуру определения параметров этой модели, когда сигнал голосового возбуждения $u_t, t = 0, 1, 2, \dots$, измеряемая неизвестная последовательность.

Рекуррентный алгоритм метода наименьших квадратов. Поскольку последовательность $u_t, t = p, p+1, \dots$, неизвестна, то будем искать такую оценку a_t^* вектора a_t , чтобы некоторый функционал $Z(s, a^*)$, равный сумме квадратов “невязок” был минимально возможным.

Зададим названный функционал в следующем виде

$$Z(s, a^*) = \sum_{t=p}^N \beta^{-2} [s_t - a_t^{*tr} s_t]^2, \quad (N - p = n > p). \quad (3)$$

Далее при нахождении оценок a_t^* будем полагать, что в малой окрестности изменения оценки вектора a_t известен некоторый опорный вектор a_{t0}^* , мало отличающийся от истинного a_t . Это предположение не противоречит процессу речеобразования, так как изменение параметров голосового тракта по сравнению с изменением мгновенных значений речевого сигнала происходит значительно медленнее. Если максимальный интервал корреляции речи составляет величину порядка 2 мс, то изменение параметров голосового тракта происходит за время, составляющее 15 – 30 мс [1].

Разложим функционал $Z(s, a^*)$ в точке a_{t0}^* в ряд Тейлора. Ограничившись первыми тремя членами этого ряда, получим следующее разложение

$$Z(s, a^*) = Z(s, a_{t0}^*) + (a_t^* - a_{t0}^*)^{tr} \gamma - 0.5(a_t^* - a_{t0}^*)^{tr} C (a_t^* - a_{t0}^*), \quad (4)$$

где $\gamma^{tr} = (\gamma_i), i = 1, 2, \dots, p$, – вектор-строка производных от $Z(s, a^*)$ по каждому из параметров a_i , в точке $a^* = a_{t0}^*$, компоненты которого равны

$$\gamma_i = \partial Z(s, a^*) / \partial a_i = 0.5 \beta^{-2} \sum_{t=p}^N [s_t s_{t-i} - \sum_{j=1}^p a_{j0}^* s_{t-j} s_{t-i}]. \quad (5)$$



Полагая на интервале $n = N - p$ величину β^2 постоянной и равной

$$\beta^2 = 2 \sum_{t=p}^N s_t^2 = 2\sigma_s^2, \quad (6)$$

а также вводя обозначения

$$r_i = \sum_{t=p}^N s_t s_{t-i} / \sigma_s^2, \quad r_{ij} = \sum_{t=p}^N s_{t-i} s_{t-j} / \sigma_s^2, \quad i, j = 1, \dots, p, \quad (7)$$

представим (5) в виде

$$\gamma_i = r_i - \sum_{j=1}^p a_{j0}^* r_{ij}, \quad i = 1, \dots, p, \quad (8a)$$

или в следующем более компактном векторно-матричном представлении

$$\gamma = r - R a_0^*, \quad (8b)$$

где введена корреляционная матрица $R = [r_{ij}]$, $i, j = 1, 2, \dots, p$, речевого сигнала.

В соотношении (4) элементы матрицы $C = [c_{il}]$, $i, l = 1, p$, определяются так

$$c_{il} = \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_l} Z(s, a_0^*) = \frac{\partial}{\partial a_l} \gamma_i = -r_{ij}, \quad i, l = \overline{1, p}. \quad (9)$$

Отсюда следует, что $C = -R$.

Для определения оптимальных оценок a_t^* необходимо приравнять нулю частные производные от $Z(s, a_t^*)$ (4) по каждому из a_i^* , $i = \overline{1, p}$. В результате получаем следующее уравнение в векторной форме

$$\gamma + C(a_t^* - a_0^*) = 0. \quad (10)$$

Данное соотношение обобщает известные методы определения параметров АР-модели. Так, для стационарных моделей следует $a_t^* = a_0^*$. Тогда из (10) получаем следующее условие для оптимальных оценок: $\gamma = 0$, которое с учетом (8b) переходит в известное соотношение для оценки параметров АР-модели методом наименьших квадратов [1], а именно

$$a_0^* = R^{-1} r. \quad (11)$$

Соотношение (10) позволяет получить простую рекуррентную зависимость между текущими оценками параметров нестационарной АР-модели. Будем полагать, что оценка a_t^* вектора параметров a_t с течением времени изменяется незначительно. Тогда в качестве опорной можно выбрать оценку, вычисленную на предыдущем интервале времени.

С учетом сказанного примем, что на каждом сегменте анализа, включающем $n = N - p$ выборок речевого сигнала, скажем 5 мс (это меньше, чем интервал локальной стационарности речи), оцениваются p параметров АР-модели голосового тракта в соответствии с соотношением (10). Причем оцениваемые параметры на k -ом сегменте равны a_k^* , а на $(k-1)$ -ом – a_{k-1}^* . Теперь нетрудно получить следующий рекуррентный алгоритм вычисления оптимальных оценок параметров a^*

$$a_k^* = a_{k-1}^* - C_k^{-1} \gamma_{k,k-1} = a_{k-1}^* + R_k^{-1} (r - R_{k-1} a_{k-1}^*) \quad (12)$$

с начальным условием при $k = 0$, определяемым из соотношения

$$a_0^* = R_0^{-1} r_0. \quad (13)$$

Введем приращения вектора параметров и вектора корреляционных моментов соответственно

$$\Delta a_k = a_k^* - a_{k-1}^*, \quad \Delta r_k = r_k - r_{k-1}^* = r_k - R_{k-1} a_{k-1}^*, \quad (14)$$

где Δr_k – погрешность предсказания корреляционных моментов.

Нетрудно заметить, если корреляционные моменты на смежных сегментах равны, то погрешность $\Delta r_k = 0$ и, следовательно, $\Delta a_k = 0$, т.е. параметры АР-модели на сравниваемых сегментах одинаковы.

Следует, однако, отметить, что основная сложность идентификации параметров АР-модели в соответствии с (12), (13) состоит в вычислении на каждом сегменте анализа обратной матрицы R_k^{-1} . Рассмотрим алгоритм получения оценок a^* , не требующий вычисления обратной матрицы. Суть такого алгоритма состоит в факторизации матрицы $R_k = R$ в виде

$$R = \Psi L^T, \quad (15)$$

где Ψ – матрица с ортогональными вектор-столбцами $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p]$; L – верхняя треугольная матрица с единичными диагональными элементами.

Для определения алгоритма расчета элементов матриц Ψ и L по известной матрице R предположим, что R – невырожденная матрица ранга p . В этом случае вектор-столбцы данной матрицы $R = [r_1, r_2, \dots, r_p]$ – линейно независимы. Тогда, применив метод ортогонализации Грама – Шмидта [3], можно перейти от линейно независимой системы векторов $\{r_i\}$, $i = \overline{1, p}$, к системе векторов $\{\psi_i\}$, $i = \overline{1, p}$, удовлетворяющей условию ортогональности

$$\psi_i^T \psi_j = \begin{cases} d_{ij} = d_l, & j = l \\ 0, & j \neq l \end{cases}, \quad d_l = \sum_{j=1}^p \psi_{lj}^2, \quad (16)$$

где d_l – норма l -ого вектора $\psi_l = (\psi_{l1}, \psi_{l2}, \dots, \psi_{lp})$, $i = \overline{1, p}$.

В результате применения процедуры Грама – Шмидта имеем

$$\psi_i = r_i - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} \psi_j, \left(\sum_{j=1}^0 (\cdot) = 0 \right), i = \overline{1, p}, \quad (17)$$

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} \sum_{l=1}^p \frac{r_{il} \cdot \phi_{jl}}{d_j}, & i > j, \\ 0, & i < j, \end{cases} \quad (18)$$

где α_{ij} – элементы матрицы L , имеющей следующий вид

$$L = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_{21} & \alpha_{32} & \dots & \alpha_{p1} \\ 0 & 1 & \alpha_{32} & \dots & \alpha_{p2} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \alpha_{p3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Достоинство такой факторизации матрицы R состоит в том, что, подставляя (15) в (12) с учетом (13) и (14), легко определить искомые параметры Δa на основе следующих эквивалентных преобразований

$$R \Delta a = \Delta r \rightarrow \Psi L^T \Delta a = \Delta r \rightarrow \Psi^T \Psi L^T \Delta a = \Psi^T \Delta r \rightarrow D L^T \Delta a = \Delta r_{\Psi}$$

Здесь $D = \Psi^T \Psi$ – диагональная матрица с элементами на главной диагонали d_i , $i = \overline{1, p}$; $\Delta r_{\Psi} = \Psi^T \Delta r$ – преобразованный вектор Δr .

Таким образом, разработанный алгоритм эквивалентен следующему процессу вычислений.

1. На начальном сегменте ($k=0$) по выборке $\{s_t\}$, $t = p, p+1, \dots, N$, на основе соотношений (6) и (7) вычисляются величины σ_s^2 , r_i , r_{ij} , $i, j = \overline{1, p}$, которые запоминаются.

2. По известным элементам r_{ij} , $i, j = \overline{1, p}$, осуществляется факторизация матрицы R в соответствии с соотношениями (15)÷(18). Элементы $\{\psi_{il}\}$, $l, i = \overline{1, p}$, $\{d_i\}$, $i = \overline{1, p}$ и $\{\alpha_{ij}\}$, $i, j = \overline{1, p}$, матриц Ψ и L запоминаются.

3. Вычисляются элементы вектора

$$r_{0\Psi} = (r_{0\Psi 1}, r_{0\Psi 2}, \dots, r_{0\Psi p})$$

$$r_{0\Psi i} = \sum_{l=1}^p \psi_{il} r_{0l}, i = \overline{1, p}. \quad (19)$$

4. Решается система уравнений следующего вида

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_{21} & d_2 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & d_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{p1} & \alpha_{p2} & \alpha_{p3} & \dots & d_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_{0,1} \\ \Delta a_{0,2} \\ \Delta a_{0,3} \\ \dots \\ \Delta a_{0,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{0,\psi 1} \\ r_{0,\psi 2} \\ r_{0,\psi 3} \\ \dots \\ r_{0,\psi p} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Решение данной системы относительно искомых начальных параметров $\{\Delta a_{0,i}\}$, $i = \overline{1, p}$, выглядит так

$$\Delta a_{0,i} = \frac{(r_{0,\psi i} - \sum_{j=1}^{i-1} \Delta a_{0,j} \cdot \alpha_{ij})}{d_i}, i = \overline{1, p}. \quad (21)$$

Начальные оценки $\{\Delta a_{0,i} = a_{0,i}$, $i = \overline{1, p}$, запоминаются.

5. На первом ($k=1$) и последующих ($k>1$) сегментах осуществляются процедуры, аналогичные шагам 1 и 2, а также последующих шагов 6÷8.

6. Вычисляется погрешность предсказания корреляционных моментов по (14).

7. Вычисляются элементы разностного вектора $\Delta r_{k,\Psi}$

$$\Delta r_{k,\Psi} = \sum_{i=1}^p \psi_{ki} \Delta r_{k,i}, i = \overline{1, p}, k = 1, 2, \dots, \quad (22)$$

8. Вычисляются искомые текущие оценки параметров

$$a_{k,i} = a_{k-1,i} + (\Delta r_{k,\Psi i} - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} \Delta a_{k,j}) / d_i, i = 1, \dots, p. \quad (23)$$

Из соотношений (21) и (23) следует, что процедура оценки оптимальных параметров нестационарной АР-модели голосового тракта не требует операции обращения корреляционной матрицы R и связана с применением обычных вычислительных алгоритмов: сложения, умножения и деления скалярных величин.

Оценка устойчивости. Другое достоинство предложенного алгоритма состоит в том, что на его основе легко вычисляется определитель корреляционной матрицы R . Действительно, справедливы следующие преобразования

$$R^T R = (\Psi L) \Psi L^T = L \Psi^T \Psi L^T = L D L^T. \quad (24)$$

Причем определитель произведения матриц равен произведению определителей матриц сомножителей. Определитель треугольной и диагональной матриц равен произведению их диагональных элементов. С учетом сказанного имеем

$$\det |R^T R| = \det |L| \cdot \det |D| \cdot \det |L^T| = \det |D| = \prod_{i=1}^p d_i. \quad (25a)$$

Откуда определитель симметричной корреляционной матрицы R равен

$$\det |R| = \prod_{i=1}^p \sqrt{d_i}. \quad (25b)$$



Следует отметить, что, как показывает опыт решения задач анализа речевого сигнала, далеко не во всех случаях матрица R^{-1} существует. Речь идет о случаях, когда некоторые векторы, образующие матрицу R , оказываются линейно зависимыми. Причем критерием линейной зависимости вектор-столбцов матрицы R служит условие: $\det|R|=0$. В соответствии с (25) это условие выполняется, если хотя бы один из векторов ψ_i имеет нулевую норму, т.е. $d_i=0$. Но тогда, как легко заметить, алгоритмы оценки параметров (21) и (23) расходятся, а процесс идентификации АР-модели становится неустойчивым.

Для синтеза устойчивого алгоритма идентификации АР-модели голосового тракта заметим следующее. Если $d_i \neq 0$, $i = \overline{1, p}$, то (см. (23)) $\Delta a_{k,i} = (\cdot)/d_i \neq \infty$, и это единственные значения, минимизирующие функционал (3). Если же $d_i=0$, то этот функционал минимизирует любое значение $\Delta a^*_{k,i}$. В этом случае функционал (3) от $\Delta a^*_{k,i}$ не зависит, а среди всех чисел минимальным квадратом обладает, конечно, число ноль, т.е. если $d_i=0$, то $\Delta a^*_{k,i}=0$.

Из данного рассуждения следует заключение. Если исходный речевой сигнал $s(t)$ на сравниваемых сегментах анализа имеет высокую корреляцию, то векторы-столбцы матрицы R оказываются близкими к линейно зависимым (при этом $\det R=0$), а параметры на k -ом сегменте по сравнению с $(k-1)$ -ым не корректируются, т.е. принимается $\Delta a^*_{k,i} = \Delta a^*_{k-1,i}$, если $d_i=0$.

Таким образом, устойчивый алгоритм нахождения рекуррентных оптимальных оценок параметров АР-модели голосового тракта записывается в следующем виде

$$a^*_{k,i} = \begin{cases} a^*_{k-1,i} & \text{если } d_i \leq \varepsilon_0 \\ a^*_{k-1,i} + (\Delta r_{k,\psi_i} - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} \Delta \alpha_{k,j}) / d_i, & \text{если } d_i > \varepsilon_0. \end{cases} \quad (26)$$

Здесь для надежности введена малая допустимая величина ε_0 , близкая к 0 и определяемая из условия устойчивости алгоритма при максимальной корреляции выборок речевого сигнала. Эксперименты показывают, что при $r_1 = 0,97$ устойчивость простой АР-модели теряется, а устойчивость адаптированной модели, разработанной автором, сохраняется всегда.

Регуляризирующий алгоритм статистической идентификации. Выше отмечалось, что при статистической идентификации модели речеобразования встает вопрос об устойчивости алгоритмов оценки параметров модели при высокой корреляции между выборками речевого сигнала. Однако эта проблема имеет более глубокие корни. Дело в том, что в реальных условиях речеобразования наблюдению подле-

жит не сам речевой сигнал, а его зашумленная реализация:

$$z_t = s_t + \xi_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (27)$$

В этом случае используемые для оценки оптимальных параметров $\{a^*_{k,i}$ величины $\sigma_s^2, \{r_{ij}, \{r_{ji}$ (см. (6), (7)) вычисляются с некоторой погрешностью, зависящей от свойств шума наблюдения ξ_t в (27), а задача статистической идентификации по (11) становится некорректной вследствие невыполнения условия устойчивости по Адамару [3]. В частности, случайное изменение в (11) элементов корреляционной матрицы R может привести к матрице с нулевым определителем и, следовательно, к плохой обусловленности обратной матрицы R^{-1} , что в конечном счете и приводит к нарушению условия устойчивости.

В настоящее время успешно развиваются различные методы решения некорректных задач. Среди этих методов наибольшей общностью и возможностями выделяется метод регуляризации А.Н. Тихонова [5]. Применим данный метод для статистической идентификации АР-модели голосового тракта, когда отклик его зашумлен и удовлетворяет уравнению (27).

Представим матричный оператор (11) в виде

$$R_2 a = r_2. \quad (28)$$

Полагая, что в (27) речевой сигнал и шум представлены некоррелированными последовательностями $\{s_t\}$ и $\{\xi_t\}$, запишем (28) в виде

$$(R_s + R_n) a = (r_s + n), \quad (29)$$

где R_s – корреляционная матрица, а r_s – корреляционный вектор сигнала; R_n – корреляционная матрица, а n – корреляционный вектор шума ξ_t ; a – вектор оцениваемых параметров.

Приведем (29) к виду

$$R_s a = r_s + (n - R_n a) = r_s + n_r = r. \quad (30)$$

Будем считать, что r_s есть реализация случайного вектора и требуется найти реализацию другого случайного вектора a_T , связанного с первым соотношением $R_s a_T = r_s$. Если вместо r_s мы имеем $r = r_s + n_s$, где n_s – вектор помехи, являющийся также случайным, то ищется приближенное к a_T решение. При анализе этой задачи существенным является использование дополнительной информации об искомом решении и помехе, например, их корреляционные матрицы.

Далее предполагается, что n_r и искомое решение являются реализациями некоррелированных между собой случайных векторов. Че-

рез $R_r = M n_r n_r^{tr}$ и $R_a = M \alpha \alpha^{tr}$ будем обозначать соответственно их корреляционные матрицы.

Найдем оптимальное регуляризованное решение данной задачи. Без потери общности будем считать матрицу R_s симметричной. Пусть a_T – точное решение уравнения $R_s a_T = r_s$. Если правая часть уравнения $r \neq r_s$ (см. (30)), то будем рассматривать регуляризованное решение этого уравнения в виде

$$a(\alpha) = R(A, r, \alpha), \quad (31)$$

где $R(A, r, \alpha)$ – линейный оператор, определяемый заданием матрицы A и регуляризирующим параметром α .

Умножим в (30) правую и левую части равенства слева на матрицу $R_s^{tr} = R_s$:

$$R_s r = R_s^2 a = \Lambda a, \quad \Lambda = R_s^2. \quad (32)$$

Умножим правую и левую части (32) слева на обратную матрицу $(\Lambda = \alpha A)^{-1}$. Тогда получаем

$$(\Lambda + \alpha A)^{-1} R_s r = (\Lambda + \alpha A)^{-1} \Lambda a = a(\alpha). \quad (33)$$

Отсюда следует, что приближенное (регуляризованное) решение $a(\alpha)$ ищется как матричный оператор от точного решения a посредством матрицы-стабилизатора вида

$$F(A, \alpha) = (\Lambda + \alpha A)^{-1} \Lambda. \quad (34)$$

Поскольку вектор r задается с погрешностью n_r , то среди операторов (31), (33) найдем оператор $R(A_0, r, \alpha)$, минимизирующий корреляционную матрицу погрешности идентификации вида

$$R_\varepsilon(A, \alpha) = M \varepsilon_a \varepsilon_a^{tr} = M [a(\alpha) - a_T] \cdot [a(\alpha) - a_T]^{tr}. \quad (35a)$$

Подставляя (33) в (35a), после несложных преобразований матрицу $R_\varepsilon(A, \alpha)$ приводим к виду

$$R_\varepsilon(A, \alpha) = (\Lambda + \alpha A)^{-2} (R_s^{tr} R_r R_s + \alpha^2 A^{tr} R_a A). \quad (35b)$$

Дифференцируя $R_\varepsilon(A, \alpha)$ по A и приравнявая производную нулю, получаем необходимое условие для определения матрицы A_0 , минимизирующей $R_\varepsilon(A, \alpha)$

$$2\alpha(\Lambda + \alpha A_0)^{-3} [-R_s R_r R_s - \alpha^2 A_0 R_a A_0 + \alpha(\Lambda + \alpha A) R_a^{tr} A] = 0. \quad (36)$$

Здесь учтено то, что матрицы R_s, Λ и A – симметричные.

Решая уравнение (36), находим оптимальную матрицу A_0 в виде

$$A_0 = \frac{1}{2} (R_s R_a)^{-1} (R_r R_s). \quad (37)$$

Подставляя A_0 из (37) в (33) находим оптимальное регуляризованное решение относительно вектора параметров AP-модели в шумах

$$a_0 = (R_s^2 + R_a^{-1} R_s^{-1} R_r R_s)^{-1} R_s r = (R_s + R_a^{-1} R_s^{-1} R_r)^{-1} r. \quad (38)$$

С учетом того, что $R_s R_\varepsilon R_s = R_r$ (см. (30), (35a)), соотношение (38) приводится к виду

$$a_0 = (1 + R_a^{-1} R_\varepsilon)^{-1} a = R_a (R_a + R_\varepsilon)^{-1} a. \quad (39)$$

Отсюда следует, что оптимальный регуляризованный вектор параметров α_0 ищется как отклик оптимального фильтра с матрицей передачи

$$K_0 = R_a (R_a + R_\varepsilon)^{-1}, \quad (40)$$

при входном зашумленном воздействии a . Эта процедура, очевидно, эквивалентна оптимальной винеровской фильтрации [1]. При $R_\varepsilon = 0$, величина $K_0 = 1$, а регуляризованное решение $a_0 = a_T$, т.е. совпадает с точным решением задачи.

Литература

1. Рабинер Л.Р., Шафер Р.В. Цифровая обработка речевых сигналов: Пер. с англ./ Под ред. М.В. Назарова и Ю.Н. Прохорова. М.: Радио и связь, 1981. 496 с.
2. Роберт Ли. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление: Пер. с англ./ Под ред. Я.З. Цыпкина. М.: ГР ФМЛ, 1966. 175 с.
3. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1989. 263 с.
4. Зинчук В.М., Сосулин Ю.Г., Лимарев А.Е., Мухин Н.П. Адаптивная цифровая фильтрация шумоподобных сигналов в радиотехнических системах. // Цифровая обработка сигналов, 2000, № 1. с. 4 – 18.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: Учеб. пособие для вузов. М.: ГР ФМЛ, 1986. 288 с.

Алгоритм посимвольного декодирования параллельного каскадного кода во временной области

В статье приводится вывод алгоритма посимвольного декодирования параллельного каскадного кода во временной области. Алгоритм декодирования кода со скоростью вида $1/n$ удовлетворяет требованиям стандарта для сотовых систем связи третьего поколения.

Параллельные каскадные коды и общие принципы их декодирования

Параллельные каскадные коды и общие принципы их декодирования предложены в [1].

Кодер параллельного каскадного кода может быть представлен структурной схемой рис. 1. Он состоит из буфера, в который записывается подлежащий кодированию информационный блок, перемежителя π и двух одинаковых цифровых автоматов. Каждый из автоматов [2] состоит из регистра сдвига длины $K-1$ и n логических устройств, вырабатывающих проверочные символы. Таким образом на каждом из регистров задан один и тот же набор порождающих полиномов. Используется сверточное кодирование с закрепленными концами.

При переходе первого регистра из состояния S_{j-1} в состояние S_j логические устройства формируют непосредственно из информационного блока проверочные символы $x_j^{pk} = f_k(S_{j-1}, S_j)$, $k = 1, \dots, n$. При том же переходе логические устройства второго автомата формируют из перемеженного информационного блока проверочные символы $x_j^{\pi pk} = f_{\pi k}(S_{j-1}, S_j)$, $k = 1, \dots, n$.

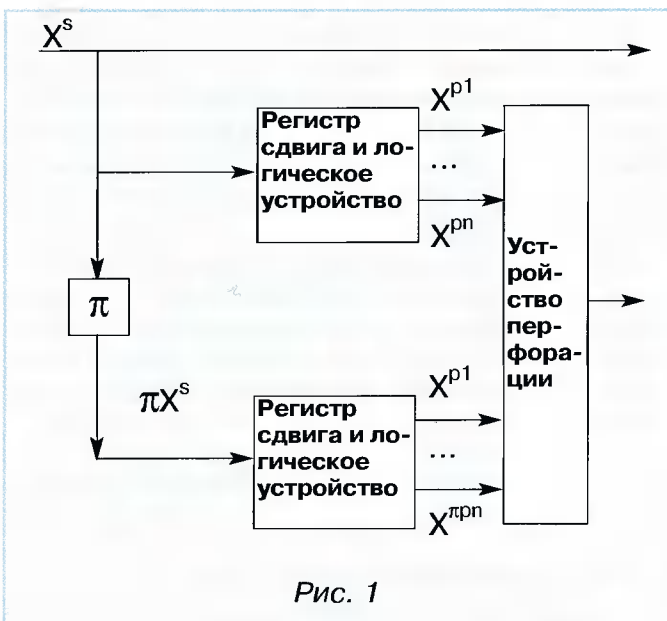


Рис. 1

Откликом на ввод в буфер информационного блока $\{x_i^s\}_{i=1}^N$ является последовательность векторов $\{c_i\}_{i=1}^{N+K-1}$, причем $\forall i \rightarrow c_i = (x_i^s, x_i^{p1}, \dots, x_i^{pn}, x_i^{\pi p1}, \dots, x_i^{\pi pn})$.

Для согласования с модулятором низкоскоростные коды перфорируются, то есть из c_i вычеркиваются по признаку четности i некоторые проверочные символы.

На выходе канала имеется последовательность $\{y_i\}_{i=1}^{N+K-1}$, причем $\forall i \rightarrow y_i = (y_i^s, y_i^{p1}, \dots, y_i^{pn}, y_i^{\pi p1}, \dots, y_i^{\pi pn})$,

$$\forall i \rightarrow y_i^s = a_i^s \cdot x_i^s + \xi_i^s, \forall i, k = 1, \dots, n \rightarrow y_i^{pk} = a_i^{pk} \cdot x_i^{pk} + \xi_i^{pk},$$

$$y_i^{\pi pk} = a_i^{\pi pk} \cdot x_i^{\pi pk} + \xi_i^{\pi pk}, \quad (1.1)$$

где $\xi_i^s, \xi_i^{p1}, \dots, \xi_i^{pn}, \xi_i^{\pi p1}, \xi_i^{\pi pn}$ – совокупность независимых гауссовских случайных величин с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Верхние индексы амплитудных множителей и шумовых отсчетов указывают согласно (1.1) на тип искажаемой ими компоненты i -го слова в составе кодового блока.

В работе [1] предложен итерационный алгоритм декодирования параллельного каскадного кода со скоростью $1/3$. В настоящей статье изложен нетривиальный вывод обобщения этого алгоритма на произвольную скорость вида $1/n$.

Блок-схема алгоритма приведена на рис.3, а структурная схема соответствующего ей устройства – на рис.2.

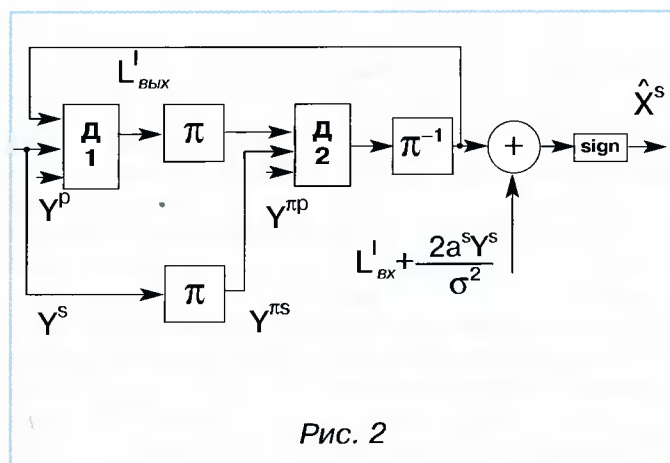


Рис. 2

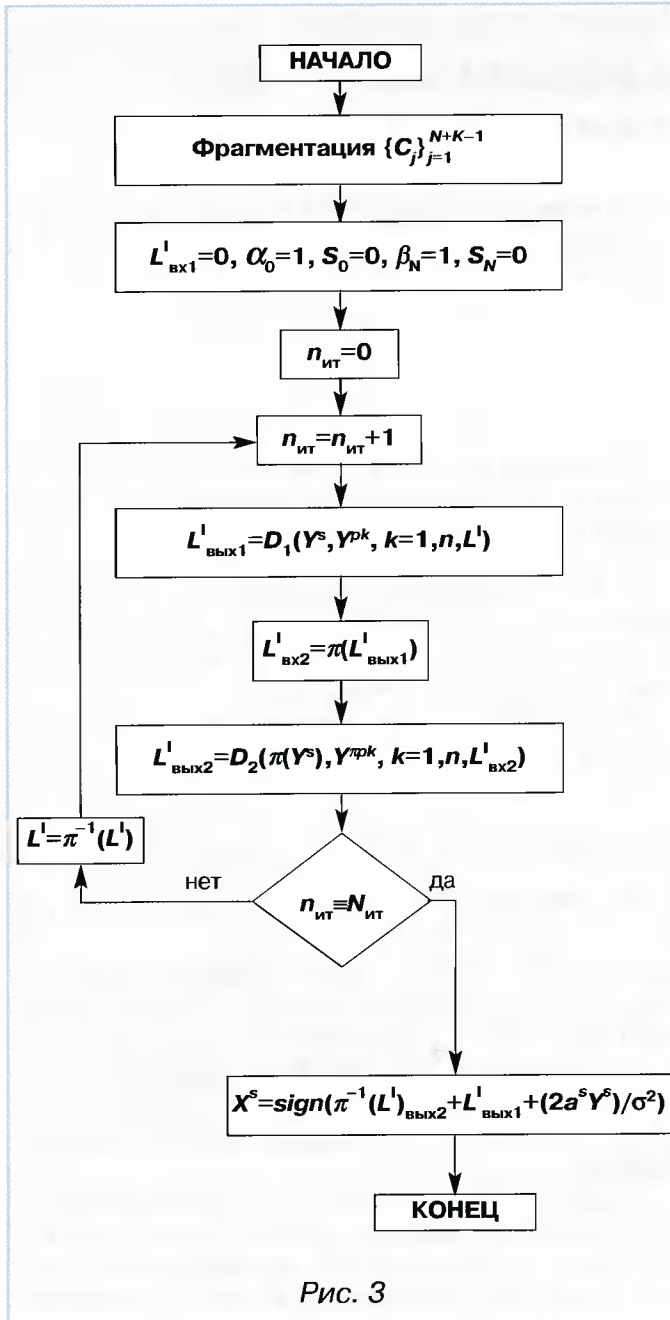


Рис. 3

Перед началом декодирования последовательность (1.1) фрагментируется на подпоследовательности, объединяющие символы одного типа. На выходе фрагментатора присутствуют блоки:

$Y^s = \{y_i^s\}_{i=1}^{N+K-1}$ – информационный,

$Y^p = \{y_i^{pk}\}_{i=1}^{N+K-1}, k = 1, \dots, n$ – блоки проверочных символов от кодеров автомата с непеременным входом,

$Y^{\pi p} = \{y_i^{\pi pk}\}_{i=1}^{N+K-1}, k = 1, \dots, n$ – блоки проверочных символов от кодеров автомата с перемеженным входом.

С выхода фрагментатора блоки поступают на входы декодеров Д1 и Д2. Декодер Д1 ставит в соответствие блокам $Y^s, Y^{pk}, k = 1, \dots, n$, последовательность оптимальных по критерию максимума апостериорной вероятности оценок x_i^s

информационных символов. $\forall i \rightarrow x_i^s = \text{sign}(L_i)$, где

$$\forall i \rightarrow L_i = \ln \frac{P(x_i^s = +1 | Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn})}{P(x_i^s = -1 | Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn})}. \quad (1.2)$$

По правилу Байеса логарифм отношения правдоподобия L_i можно переписать в виде суммы, в которой одно из слагаемых служит для расчета априорного распределения x_i^s :

$$L_i = \ln \frac{P(x_i^s = +1) \cdot P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn} | x_i^s = +1) / P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn})}{P(x_i^s = -1) \cdot P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn} | x_i^s = -1) / P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn})} = \ln \frac{P(x_i^s = +1)}{P(x_i^s = -1)} + \ln \frac{P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn} | x_i^s = +1) / P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn})}{P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn} | x_i^s = -1) / P(Y^s, Y^{p1}, \dots, Y^{pn})} \quad (1.3)$$

$$L'_i = \ln \frac{P(x_i^s = +1)}{P(x_i^s = -1)} \sum P(x_i^s = a) = \frac{\exp(0,5 \cdot L'_i)}{1 + \exp(L'_i)} \cdot \exp(0,5 \cdot a \cdot L'_i), \quad (1.4)$$

где $a = \pm 1$.

Декодер Д2 использует формулы (1.1) – (1.4) для получения оценки компонентов перемеженного информационного блока, оптимальной по критерию максимума апостериорной вероятности. Алгоритм, используемый декодером Д2, идентичен алгоритму декодера Д1. Аргументами Д2 выступают перемеженная по тому же правилу, что и в кодере, информационная последовательность

$\{y_i^s\}_{i=1}^{N+K-1} \xrightarrow{\pi} \{y_{i+\pi(i)}^s\}_{i=1}^{N+K-1}$ и блоки $Y^{\pi pk}, k = 1, \dots, n$.

Последовательность значений статистики L'_i , формируемая декодером Д1 согласно (1.3), также подлежит перемежению с той же последовательностью транспозиций $\pi(i)$: $\{L'_i\}_{i=1}^{N+K-1} \xrightarrow{\pi} \{L'_{i+\pi(i)}\}_{i=1}^{N+K-1}$.

Использование выходной L'_i – статистики декодера Д2 в целях улучшения оценки информационного блока в Д1 перед подачей на соответствующий вход Д1 требует ее депеременения. С этой целью в петле обратной связи помещается депеременитель π^{-1} .

После фрагментации принятого кодового блока производится N_i итераций и выносится жесткое решение (1.1). На каждой итерации производится оценка информационного и перемеженного информационного блоков, причем каждая следующая оценка использует результаты предыдущей в виде статистики $\{L'_i\}_{i=1}^{N+K-1}$, задающей априорное распределение символов этих блоков, – $\{x_i^s\}_{i=1}^{N+K-1}$ и $\{x_{i+\pi(i)}^s\}_{i=1}^{N+K-1}$.

В зарубежной литературе такая итерационная процедура часто именуется турбо-декодированием.

нием, а параллельные каскадные коды именуются турбо-кодами, так как впервые она была предложена для декодирования именно этих кодов [1].

Гибкий по входу и выходу алгоритм помехоустойчивого декодирования систематического сверточного кода со скоростью 1/n

Пусть имеются систематический Y^s и проверочные Y^{pk} , $k=1, \dots, n$ блоки наблюдений и последовательность логарифмов отношения правдоподобия $\{L_j^l\}_{j=1}^{N+K-1}$. Для первой итерации в случае применения рассматриваемого алгоритма в Д1 естественно положить $\forall j, L_j^l = 0$.

Приведем алгоритм гибкого по входу и выходу декодирования систематического сверточного кода со скоростью 1/n. Вывод приводимых в этом параграфе формул дан в приложении.

Введем обозначения, используемые в дальнейшем изложении.

$(s_{j-1}^{(-1)}, s_j)$ – переход регистра из состояния $s^{(-1)}$ в состояние s в l -й момент времени, $s^{(-1)}$ и s пробегают множество всех возможных состояний регистра, которые мы будем отождествлять с 2^{K-1} двоичными числами.

$(s_j, s_{j+1}^{(+1)})$ – то же для перехода в $(l+1)$ -й момент времени регистра из одного возможного состояния в другое.

S^+ и S^- – множества переходов между состояниями регистра, вызванных вводом в регистр +1 или -1 соответственно.

$x_j^{s,h}$ – гипотеза о значении x_j^s , $x_j^{s,h} = \pm 1$.
 a_j^* – в j -м слове кодового блока неотрицательный амплитудный множитель символа типа $*$.

$$a) \forall 1 \leq j \leq N+K-1, \forall (s_{j-1}^{(-1)}, s_j) \rightarrow \gamma_j^l(s_{j-1}^{(-1)}, s_j)$$

$$\gamma_j^l(s_{j-1}^{(-1)}, s_j) = C_{L_j^l} \cdot C_{X_j} \cdot C_{G_j}(s_{j-1}^{(-1)}, s_j) \cdot C_{Y_j}$$

(2.1)

$$\forall j \rightarrow C_{L_j^l} = \frac{\exp(0,5 \cdot L_j^l)}{1 + \exp(L_j^l)} \quad (2.2)$$

$$\forall j \rightarrow C_{X_j} = \exp\left(0,5 \cdot x_j^{s,h} \cdot \left(L_j^l - \frac{a_j^s \cdot y_j^s}{\sigma^2}\right)\right) \quad (2.3)$$

$$\forall j, (s_{j-1}^{(-1)}, s_j) \rightarrow C_{G_j}(s_{j-1}^{(-1)}, s_j) =$$

$$= \exp\left(-\frac{\sum_{k=1}^n y_j^{pk} \cdot a_j^{pk} \cdot f_k(s_{j-1}^{(-1)}, s_j)}{\sigma^2}\right) \quad (2.4)$$

$$\forall j \rightarrow C_{Y_j} = \exp\left(-\frac{(a_j^s)^2 + (y_j^s)^2 + \sum_{k=1}^n [(a_j^{pk})^2 + (y_j^{pk})^2]}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (2.5)$$

$$б) \forall 1 \leq j \leq N, \forall s_j \rightarrow \tilde{\alpha}_j(s_j), \tilde{\alpha}_0(s_0) = 1 \text{ для } s_0 = \vec{0},$$

$$\tilde{\alpha}_0(s_0) = 0 \text{ для } s_0 \neq \vec{0} \quad (2.6a)$$

$$\forall j = N+u, u=1, \dots, K-1, \forall s_j \rightarrow \tilde{\alpha}_j(s_j) = 2^{1-K-u}$$

$$\text{для } s_j \leq 2^{K-1+u}, \tilde{\alpha}_j(s_j) = 0 \text{ для } s_j > 2^{K-1+u}.$$

$$\tilde{\alpha}_j(s) = \frac{\sum_{s^{(-1)}} \tilde{\alpha}_{j-1}(s^{(-1)}) \cdot \gamma_j^l(s^{(-1)}, s)}{\sum_s \sum_{s^{(-1)}} \tilde{\alpha}_{j-1}(s^{(-1)}) \cdot \gamma_j^l(s^{(-1)}, s)} \quad (2.6b)$$

$$в) \forall 1 \leq j \leq N-1, \forall s \rightarrow \tilde{\beta}_j(s), \tilde{\beta}_N(s_N) = 1 \text{ для } s_N = \vec{0},$$

$$\tilde{\beta}_N(s_N) = 0 \text{ для } s_N \neq \vec{0} \quad (2.7a)$$

$$\tilde{\beta}_j(s) = \frac{\sum_{s^{(+1)}} \tilde{\beta}_{j+1}(s^{(+1)}) \cdot \gamma_{j+1}^l(s, s^{(+1)})}{\sum_s \sum_{s^{(+1)}} \tilde{\beta}_{j+1}(s^{(+1)}) \cdot \gamma_{j+1}^l(s, s^{(+1)})} \quad (2.7b)$$

$$г) \forall 1 \leq j \leq N \rightarrow L_{j \text{ Вых}}^l = \ln \frac{\sum_{s^+} \tilde{\alpha}_{j-1}(s_{j-1}) \cdot \tilde{\beta}_j(s_j) \cdot C_{G_j}(s_{j-1}, s_j)}{\sum_{s^-} \tilde{\alpha}_{j-1}(s_{j-1}) \cdot \tilde{\beta}_j(s_j) \cdot C_{G_j}(s_{j-1}, s_j)} \quad (2.8)$$

д) если данная итерация последняя, то

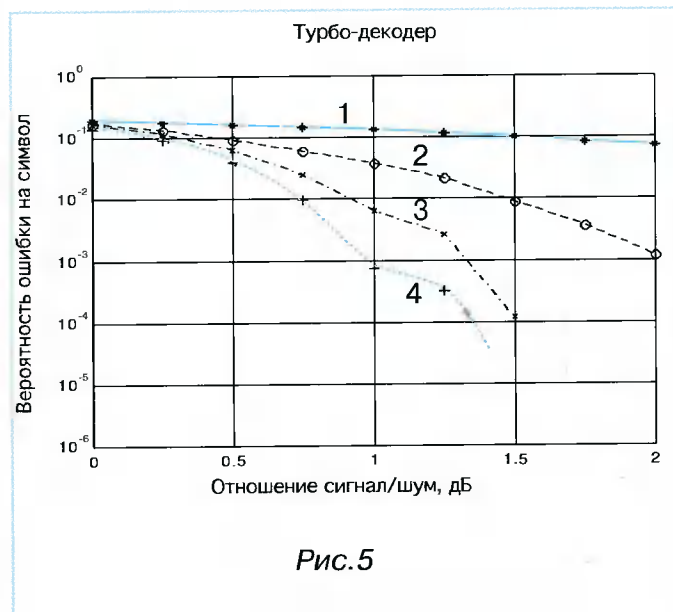
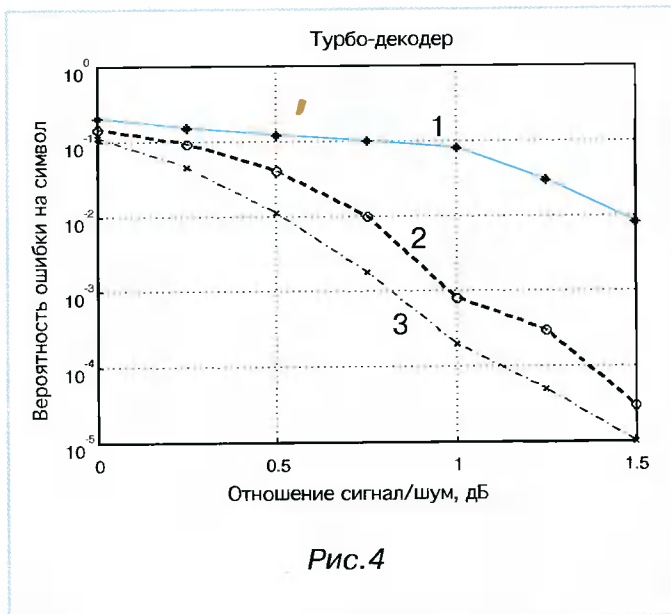
$$x_j^s = \text{sign}\left(L_{j \text{ Вых}}^l + L_{j \text{ Вых}}^l + \frac{2 \cdot a_j^s \cdot y_j^s}{\sigma^2}\right) \quad (2.9)$$

При декодировании перфорированных кодов на место вычеркнутых при передаче проверочных символов можно помещать нули. Эффективность декодирования от этого не снижается сколько-нибудь заметно, хотя алгоритм становится неоптимальным к нестационарной помехе.

Результаты моделирования

На рис. 4 и 5 представлены графики зависимостей вероятности ошибки на символ от отношения сигнал/шум в децибелах. Во всех экспериментах использовалась длина информационного блока $N=1024$, равномерный случайный перемежитель и рекурсивные сверточные кодеры с порождающими операторами, предусмотренными стандартом CDMA2000 [2]:

$$G_1 = \left[1 \frac{1+D^1+D^3}{1+D^2+D^3}\right] \text{ и } G_2 = \left[1 \frac{1+D^1+D^2+D^3}{1+D^2+D^3}\right].$$



Под равномерным случайным перемежителем понимается такой перемежитель, который использует все возможные перестановки с одной и той же вероятностью и независимо. Это не блочный перемежитель, упоминаемый в работе [1].

На рис. 4 представлено семейство графиков для различных скоростей турбокода (кривая 1 соответствует скорости $r=1/2$, кривая 2 соответствует скорости $r=1/3$, кривая 3 соответствует скорости $r=1/4$), причем количество итераций выбиралось равным 4. Из сравнения кривых рис. 4 видно, что вероятность ошибки на символ тем меньше, чем меньше скорость турбокода.

На рис. 5 представлено семейство графиков для различного числа итераций (кривая 1 соответствует $N_i=2$, кривая 2 соответствует $N_i=3$, кривая 3 соответствует $N_i=3$, кривая 4 со-

ответствует $N_i=4$) при скорости декодирования $r=1/3$. Из рассмотрения этих зависимостей легко видеть, что чем большее число итераций совершено при декодировании параллельного каскадного кода, тем меньшая вероятность ошибки будет достигнута.

Литература

1. Berrou C., Glaviex A., Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes, Proceedings of ICC,93, Geneva, pp. 1064 – 1070, May 1993.
2. Горностаев Ю.М., Невдяев Л.Н. Новые стандарты широкополосной радиосвязи на базе технической информации, 1999.
3. Уваров В.Б. Математический анализ. М.: Высшая школа, 1984.



Е.П. Зелевич, С.Л. Мишенков

Особенности операционной системы “СМАРТ-КАРТ”

На ранних этапах развития технологии смарт-карт разрабатывалось программное обеспечение, ориентированное на конкретные пользовательские приложения. Программы, созданные для микропроцессоров смарт-карт 80-х годов, хранились в памяти типа ROM. Однако, так как производство маск-программируемых памятей типа ROM дорогой и длительный процесс, возникла необходимость в универсализации основных процедур для создания программного обеспечения с использованием памяти типа EEPROM. Применение программ на базе памяти типа ROM оправдано только в случае крупносерийного выпуска микропроцессоров для конкретных приложений.

Специализированные программы непрерывно обобщались и расширялись, что привело к созданию гибкой универсальной операционной системы, основанной на стандартных командах, пригодных для использования в приложениях путем модификации для удовлетворения необходимых требований.

Следующим шагом развития операционных систем “смарт-карт” является переход к более открытой архитектуре. Современные операционные системы обеспечивают такие функции, как менеджмент памяти, имеют систему структур файлов и автоматы состояний, что приближает их по возможностям к многофункциональным операционным системам, которые могут независимо управлять несколькими приложениями.

В отличие от общеизвестных операционных систем, системы “смарт-карт” не имеют пользовательских интерфейсов или доступа к внешним устройствам памяти. Основными приоритетами такой операционной системы являются безопасное выполнение программы и защита от несанкционированного доступа к данным.

Из-за ограничений объема памяти количество кодов, которое может быть в нее записано, имеет объем, находящийся в пределах 3...24 кбайт. Нижний предел используется для специальных применений, а верхний – для многофункциональных операционных систем. Средний объем памяти составляет около 10 кбайт.

Программные модули записываются в память типа ROM смарт-карт в виде кодов, что ограничивает методы программирования, так как при этом многие процедуры нереализуемы. После программирования памяти ROM дальнейшие модификации процессора невозможны. Процедура исправления возможных ошибок дорогостоящая и занимает 10...12 недель.

В дополнение к требованию по низкому содержанию ошибок операционная система “смарт-

карт” должна быть простой и надежной, а внешние команды не должны нарушать ее функционирование и снижать уровень ее защищенности.

На реализацию определенных системных функций в смарт-картах влияет используемая аппаратная часть. Например, счетчики ошибок должны быть устроены таким образом, чтобы состояние их переполнения совпадало с моментом очистки памяти типа EEPROM, что исключает сброс счетчиков при отключениях источника электропитания.

Концепция “защищенной операционной системы смарт-карт” включает также аспект, связанный с запретом на применение ряда приемов, используемых программистами в больших системах, для исключения возможности считывания конфиденциальной информации путем “обхода” операционной системы. Имеются также определенные требования по скорости выполнения операций. Криптографическая защита, составляющая часть операционной системы, должна выполняться с высокой скоростью.

Операционная система “смарт-карт” ориентирована на следующие основные задачи:

- передачу данных в карту и из карты,
- контроль выполнения команд,
- управление данными,
- управление выполнением криптографических алгоритмов.

Типичная обработка команд в рамках операционной системы “смарт-карт” производится в следующей последовательности. Команды поступают в карту через последовательный интерфейс I/O. При необходимости менеджер входа “I/O” выполняет распознавание и коррекцию ошибок независимо от последующих операций более высокого уровня. После получения полной, свободной от ошибок команды менеджер защиты сообщений может декодировать ее или проверить на целостность. Если попытка интерпретатора команд ее декодировать неуспешна, вызывается менеджер кода возврата, который генерирует соответствующий код и направляет его через менеджера входа “I/O” на терминал, в который введена карта. Если команда декодирована, менеджер логического канала выбирает соответствующий канал, переключается на него и в случае успеха вызывает автомат состояний, который проверяет, разрешена ли посланная в карту команда с установленными параметрами. При положительном ответе выполняется программный код команды приложения.

Если команда запрещена, терминал получает код возврата через менеджера входа “I/O”.

Если во время исполнения команды необходимо получить доступ к файлу, это организуется через менеджера файлов, который преобразует логические адреса микропроцессора в физические. Он также осуществляет контроль адресной области и проверяет условия доступа. Менеджер файлов использует следующий уровень – менеджер памяти, управляющий физической адресацией памяти типа EEPROM. Генерация кода возврата реализуется центральным менеджером кода возврата, который вырабатывает полный ответ для каждой программной секции.

Кроме команд приложения может иметься тестовая программа, которая осуществляет контроль над программами, содержащимися в файлах, и выполняет или интерпретирует их.

Объем памяти в смарт-картах жестко ограничен, и это зачастую исключает реализацию стандартных для операционных систем ПК команд и структур файлов. По этой причине для операционных систем “смарт-карт” были введены так называемые профили смарт-карт EN 726-3 и ISO/IEC 7816-4. Каждый из них определяет поднабор команд и структуры файлов для соответствующих стандартов. Приведенный в них перечень команд является необходимым минимумом для смарт-карт данного профиля. Однако описание пяти профилей карт является только рекомендацией для разработчиков систем.

Время существования операционной системы “смарт-карт” делится на два периода – до и после установки. При этом до установки системы в память микропроцессора вводятся все разделы программы, предназначенные для памяти типа ROM, а память типа EEPROM остается незаполненной, данные из нее не считываются и программы не выполняются. Если обнаруживается наличие ошибок в памяти типа ROM, установка операционной системы становится невозможной и вся партия микропроцессоров уничтожается.

Для снижения вероятности возникновения некорректируемых ошибок можно было бы записать в память типа ROM компактную загрузочную программу для памяти типа EEPROM, а затем загрузить в нее операционную систему. Но так как площадь, приходящаяся на 1 бит информации в памяти типа EEPROM, в четыре раза больше, чем в памяти типа ROM, то это скажется на цене микросхемы. По этой причине в память типа ROM записывается максимально возможное количество данных. Одновременно сохраняется возможность ограниченного числа обращений к памяти типа EEPROM. Отдельные системы работают исключительно с памятью типа ROM и после установки системы, а в памяти типа EEPROM хранят только информацию, обеспечивающую минимизацию используемых объемов дорогостоящего типа памяти, что, однако, ограничивает гибкость системы в целом.

Во время установки операционной системы блоки памяти типа ROM адаптируются под конкретные приложения. Память типа ROM является объемной библиотекой, которая может расширяться и связываться с функциональным приложением путем использования памяти типа EEPROM. Как правило, современные операционные системы позволяют впоследствии загружать в память типа EEPROM программные коды для команд или специальных криптографических алгоритмов.

Памяти, используемые в микропроцессоре смарт-карт, имеют различные свойства. Память типа ROM может быть запрограммирована только целиком в виде маски при производстве микропроцессора и информация в ней сохраняется неизменной в течение полного срока жизни карты.

Память типа RAM функционирует при подаче на карту электропитания, пропадание которого приводит к полной потере данных в памяти. Информация в память типа RAM может записываться на максимальной рабочей скорости и может уничтожаться неограниченное число раз.

Память типа EEPROM может хранить данные без внешнего источника питания. Однако у нее есть три недостатка: ограниченный срок службы; большое время, необходимое для реализации процедуры записи и стирания информации (около 1 мс/байт); блочная структура.

Программные коды для операционной системы, хранящиеся в памяти типа ROM, управляются только командами прерывания. Индивидуальные программные блоки для минимизации расстояния между программными переходами могут объединяться произвольно, что позволяет экономить объем памяти.

Типичное деление ресурсов 256-байтной памяти типа RAM предусматривает области, предназначенные для регистра, стека, общих переменных, рабочего пространства для криптографических алгоритмов и буфера входа “I/O”. Если, например, требуется 256-байтный буфер для информации, поступающей по входу “I/O”, или нужно записать в память типа RAM дополнительные переменные, свободное место в памяти быстро исчерпывается. Проблема решается с помощью рабочего пространства, имеющегося в памяти типа EEPROM, которая используется как память типа RAM. Недостатком такого варианта организации памяти является большое время записи, превышающее время доступа к ресурсам памяти типа RAM. Другим недостатком является ограниченный срок службы ячеек памяти типа EEPROM, в которые в отличие от ячеек памяти типа RAM нельзя записывать информацию неограниченное количество раз.

Структура памяти типа EEPROM является более сложной и по этой причине более дорогостоящей, чем в двух других типах памяти, ис-

пользуемых в смарт-картах. В современных операционных системах память в большинстве случаев распределяется следующим образом: промежуточные данные, например, используемые однократно, записываются в блок, расположенный в начале памяти типа EEPROM, в зону, имеющую аппаратную защиту. Зачастую она предназначена только для реализации функции доступа WORM (Write Once, Read Many – однократная запись, многократное чтение).

После этого блока, который, как правило, имеет объем 32 байта, следуют таблицы и системные пойнтеры. Они загружаются в память типа EEPROM во время установки операционной системы. Для обеспечения работы в защищенных условиях, информация сопровождается контрольной суммой (EDC), которая вычисляется перед каждым доступом. Обнаружение ошибки в блоках памяти во время проверки приводит к тому, что в дальнейшем они не используются, а доступ к ним закрывается.

За блоком защиты системы следует блок, содержащий коды дополнительных программ приложений, который также может защищаться контрольной суммой. В этом блоке могут содержаться необходимые команды или алгоритмы, которые не обязательно хранить в памяти типа ROM или которые не были загружены в нее по причине недостаточного объема памяти.

Следующий блок содержит файловые древовидные структуры. Он не защищается контрольной суммой, но обычно имеет файл-ориентированную защиту.

В памяти типа EEPROM могут наличествовать свободные блоки памяти, администрируемые внутренним менеджером. Однако она в основном предназначена для индивидуальных приложений, содержащихся в файловом блоке, и может быть использована для создания новых файлов.

Фундаментальным принципом организации памяти в пределах файлового блока является то, что операционная система может контролировать использование памяти в установленных границах в рамках конкретных приложений. Кроме чисто программного решения контроль используемой памяти обеспечивается модулем MMU (Memory Management Unit – блок менеджмента памяти) процессора. Современные операционные системы дают возможность установки новых файлов после их персонализации.

При удалении файла занимавший им объем переходит к свободной памяти. При таком разбиении на файловую память и свободную память объем памяти, использовавшийся файлом, после его стирания может быть перенесен в свободную область (рис. 1). Такая ситуация ограничивает возможности менеджмента памяти. Предпочтительным был бы менеджмент памяти с двумя связанными списками, один для используемой памяти, а второй – для свободной.

Кроме того, что операционная система “смарт-карт” имеет функции идентификации и опознавания, в ней хранится информация, например тарифный ресурс. Первые карты имели прямую адресацию памяти при записи и считывании данных, для чего требовалось наличие ее физической адресации. Современные карты имеют иерархически организованные системы менеджмента файлов. Менеджеры файлов обладают свойствами, специфическими для смарт-карт, – файлы адресуются шестнадцатеричным кодом. Выполнение прочих команд также основано на непосредственном взаимодействии во время информационного обмена между картой и терминалом.

Важным свойством менеджеров файлов является предусмотренная минимизация объемов используемой памяти для ограничения доступа к ее ресурсам. При удалении файла свободное место не обязательно может быть занято новым файлом. Как правило, они создаются во время инициализации или при персонализации карты.

Свойства используемых типов памяти влияют на организацию менеджмента файлов. Например, в блоках памяти типа EEPROM можно производить запись и стирание данных ограниченное число раз. По этой причине предусматриваются специальные атрибуты файлов для хранения избыточной скорректированной информации.

Современные версии операционных систем “смарт-карт” являются обычно объектно-ориен-

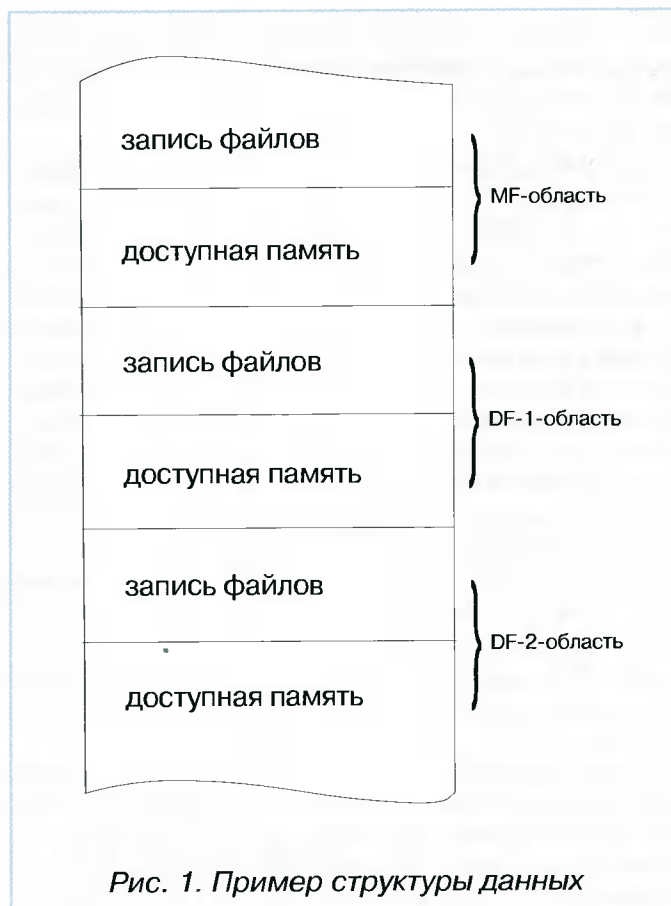


Рис. 1. Пример структуры данных

тированными и в них файлы разделены на две части. Первая часть – заголовок, содержит данные о структуре файла и условиях доступа, а вторая – непосредственно информацию. Помимо улучшения структурирования данных такой подход обеспечивает физическую защиту информации. Память типа EEPROM, в которой хранятся файлы, разделена на два блока. Заголовок и тело файла хранятся в различных блоках памяти. Как правило, заголовок, который содержит условия доступа, не модифицируется, а ошибка записи или стирания информации в теле файла не влияет на него. Если бы заголовок и тело находились в едином блоке памяти типа EEPROM, было бы возможно изменить условия доступа к ее ресурсам путем преднамеренной ошибки записи информации и конфиденциальные данные могли быть считаны из тела файла.

Структура файлов операционной системы “смарт-карт” установлена стандартом ISO/IEC 7816-4 и подобна используемой в операционных системах DOS или UNIX. Существуют различные директории, которые служат папками и могут содержать несколько связанных файлов.

Корневая директория, неявно выбираемая после “сброса” карты (установки в исходное состояние), называется мастер-файл – Master File (MF). Она содержит все прочие директории и файлы и контролирует память, выделенную в карте для записи файлов.

При необходимости на следующем уровне предусматриваются специализированные файлы – Dedicated Files (DF), которые также могут содержать специализированные файлы. Ограниченность объема памяти смарт-карт, как правило, определяет существование единственного уровня директории.

Директория пользовательских данных предназначена для приложений, содержащихся в элементарных файлах – Elementary Files (EF), которые могут быть расположены непосредственно под уровнем директории MF или внутри уровня директории DF. Операционная система также поддерживает различные внутренние структуры файлов EF. В дополнение имеются внутрисистемные файлы с данными как для операционной системы, так и для выполнения приложений, а также с секретными ключами, доступ к которым особо защищен операционной системой. Имеются два способа интеграции внутрисистемных файлов в менеджер файлов. В соответствии со стандартом ISO такие файлы маскируются в директории DF соответствующего приложения и доступ к ним закрыт. В модели ETSI таким системным файлам присваиваются файловые идентификаторы – File Identifier (FID).

На более низких уровнях под DF-приложением могут присутствовать дополнительные файлы этой директории. Например, файл DF, предназначенный для приложения “система менеджмента трафиком”, может находиться сразу под директо-

рией MF. Следующие вложения в файлы DF-приложения могут содержать, например, варианты языковой поддержки, для которых выделены собственные файлы DF.

В современных операционных системах “смарт-карт” все файлы без исключения адресуются логически, а не вызываются через прямые физические адреса, как было принято в начале развития технологий смарт-карт. Однако в случае простых приложений, которые определяют точные адреса, этот тип доступа позволяет экономить резервы памяти и продолжает использоваться.

Адресное пространство с файловыми именами (FID) объемом 2 байта может оказаться мало. Поэтому кроме идентификаторов FID директории DF имеют идентификатор приложения – Application Identifier (AID). Он может иметь объем от 5 до 16 байт и состоит из двух блоков данных, определяемых стандартом ISO.

Объектно-ориентированные системы менеджмента файлов требуют выбора конкретного файла для доступа к нему. Выбор нового файла автоматически приводит к отмене предыдущего обращения, т.е. в данный момент может быть выбран единственный файл. По причине свободного выбора файловых имен на адресуемость файлов должны быть наложены некоторые ограничения, для исключения ситуации, когда в дереве файлов одновременно окажется несколько доступных для выбора файлов, имеющих одинаковый идентификатор FID.

В отличие от файлов операционной системы DOS файлы EF имеют внутреннюю структуру, которая может быть выбрана индивидуально для каждого файла EF в зависимости от его назначения. Такая организация файловой структуры дает возможность сформировать данные таким образом, чтобы сократить время доступа к ним.

Все файлы содержат данные, регулирующие доступ к ним в рамках системы менеджмента файлов, и с этой целью в заголовки файлов вводятся соответствующие коды. Все возможные типы доступа к файлам EF определяются соответствующими правами доступа. Число соответствующих команд и их перечень варьируются в зависимости от типа конкретной операционной системы.

В объектно-ориентированном определении все файлы EF имеют специальные атрибуты для уточнения дополнительных свойств. Они зависят от операционной системы и области применения карты. Атрибуты определяют свойства файлов EF, которые в основном относятся к среде хранения памяти типа EEPROM. Это связано с потенциальной возможностью возникновения ошибок при записи информации. Атрибуты присваиваются при создании файлов и, как правило, не модифицируются.

В их число входят: атрибуты однократной записи с многократным чтением WORM (Write Once, Read Many), многократной записи, а также атри-



буд для использования кода обнаружения ошибок (EDC).

В области систем GSM используется атрибут “высокой частоты обновления”, существующий исключительно по причине ограниченности количества циклов записи/чтения в память типа EEPROM. В файлы с этим атрибутом можно многократно без ошибок записывать информацию, что достигается применением многократной записи и мажоритарных решений. Обычно применяется тройная параллельная запись данных и мажоритарное решение 2 из 3 при считывании.

Атрибут для обнаружения ошибок используется для контроля критичной к ошибкам информации с помощью кода обнаружения ошибок – Error Detection Code (EDC). Такая мера позволяет, по крайней мере, обнаружить инверсию информационных символов в памяти типа EEPROM. EDC-защита в комбинации с многократной записью данных также позволяет корректировать ошибки. Возможности кода коррекции ошибок – Error Correction Code (ECC), используются в основном в области электронных платежей.

Как уже отмечалось, в картах, выпускавшихся ранее, доступ к файлам осуществлялся напрямую с использованием физических адресов. Реально вся память могла адресоваться линейным образом, и доступ к ней осуществлялся с помощью внешних команд чтения и записи. В современных операционных системах в целях безопасности стандартным методом стало использование объектно-ориентированных менеджеров файлов со связанными с ними условиями доступа.

Данные, содержащиеся в описании файла, зависят от возможностей, предлагаемых менеджером файлов. Однако в описании файла всегда должна присутствовать информация о имени файла, типе файла, структуре файла, размере файла, условиях доступа, атрибуте и соединении с деревом файлов.

Если все основные свойства файла описаны, операционной системе необходима подробная информация об условиях доступа, т.е. по каким командам и в каком состоянии к нему можно получить доступ. Могут быть также определены специальные атрибуты, такие, как высокая частота обновления, WORM или EDC-защита. Все вышеизложенное относится к файлу как объекту. Для определения положения файла в древовидной структуре внутри директорий MF или DF необходимы также несколько поинтеров.

Проблема, с которой сталкивается менеджер файлов, – это ограниченное число циклов записи/стирания в память типа EEPROM и ее разделение на отдельные блоки. Эти ограничения влияют на структуру менеджера файлов и самих файлов. Поэтому данные, касающиеся управления файлами, должны быть отделены в памяти от основного содержания, иначе может произойти нежелательное взаимодействие между данными в заголовке

и пользовательской информацией, в результате чего может быть разрушена структура защиты в операционной системе карты. Если условия доступа к файлу являются секретными, и нечитаемые ключи содержатся в том же блоке памяти, что и общедоступные для записи и считывания пользовательские данные другого файла, и процедура записи в этот файл будет прервана, например, извлечением карты из терминала, это повлияет на условия доступа, записанные в том же блоке памяти, которые после этого могут отсутствовать, а файл и его секретные ключи будут прочитаны.

Малый объем памяти смарт-карт накладывает значительные ограничения на свободный менеджмент памяти типа EEPROM. Однако появились системы, в рамках которых можно создавать или удалять файлы после персонализации карты. Вместе с тем полностью свободный менеджмент памяти с назначением, перемещением файлов и освобождением областей памяти применяться не может из-за ограниченности ее объемов, используемых для хранения программного обеспечения.

Если в операционную систему “смарт-карт” необходимо внедрить автомат состояний, это можно сделать различными способами. В послойной модели операционной системы автомат состояний должен располагаться после интерпретатора команды и до команды ее исполнения. Его задачей является определение в соответствии с таблицей, может ли команда быть исполнена в данном состоянии. Автомату состояний требуется определенная информация для анализа команд, содержащихся в буфере I/O, которая с учетом специфики технологий смарт-карт должна быть структурирована так, чтобы его можно было реализовать с использованием минимума памяти.

Особое место в операционной системе “смарт-карт” занимают процедуры, и при выполнении ряда частей программы требуется, чтобы они выполнялись полностью. Неделимые процедуры, удовлетворяющие этому требованию, называются аварийными, и они связаны с процессом записи информации в память типа EEPROM.

Например, в случае если пользователь несвоевременно извлечет карту из терминала или при пропадании электропитания, т.е. когда программа работы будет прервана, необходимо удостовериться, что соответствующие данные записаны в нее в полном объеме. В случае электронных платежей с помощью смарт-карт ввод данных в файл должен быть полным и правильным при любых обстоятельствах. Недопустимо, если при извлечении карты из терминала баланс будет сведен не полностью. Так как аппаратная часть смарт-карт не поддерживает аварийные процедуры, то они должны быть реализованы программным способом.

Как уже отмечалось, современные операционные системы “смарт-карт” предлагают опцию ме-

неджмента файлов, содержащую исполняемые коды, и даже предполагают загрузку информации в карту после персонализации. Провайдер применения имеет, например, возможность выполнить в карте программный код, о котором производитель операционной системы не знает. Таким образом, функции защиты системы, использующей смарт-карты, распределяются между несколькими сторонами, что является фундаментальным критерием систем защиты высокого уровня.

Целесообразность использования программных кодов определяется также возможностью исправления ошибок программирования в персонализированных картах.

Литература

1. *Зелевич Е.П., Мишенков С.Л.* Пластиковые карты в связи (Часть I – Магнитные карты): Учебное пособие. М., ГП ЦНТИ “Информсвязь”, 1998. – 75 с.
2. *Зелевич Е.П., Мишенков С.Л.* Пластиковые карты в связи (Часть II – Чип-карты, сервисные карты): Учебное пособие. М., ГП ЦНТИ “Информсвязь”, 2000. – 66 с.
3. *Лагутин В.С., Петраков А.В.* Пластиковые деньги. – М., МГТС-МТУСИ, 1995. – 132 с.
4. *W.Rankl, W.Effing.* Smart card handbook. – John Wiley&Sons//Chichester-Toronto, 1997. – 440 p.



Сергей Львович Мишенков – доктор технических наук, профессор. Родился в 1940 г. Закончил в 1963 г. Московский электротехнический институт связи (МЭИС), работал в ЦНИИС, МЭИС, Московской радиотрансляционной сети и научно-техническом управлении Министерства связи России. Основные работы С.Л. Мишенкова посвящены исследованиям свойств сигналов звукового вещания, их восприятия, обоснованиям параметров каналов передачи и разработкам новых видов систем и сетей вещания. В списке публикаций более 100 наименований, среди которых фундаментальные книги и справочники по радиовещанию, изобретения, нормативные документы, статьи в журналах и в энциклопедических изданиях, тезисы выступлений на научных конференциях и др. Занимая пост начальника НТУОТ Минсвязи России, С.Л. Мишенков принимал участие в формировании технической политики и ключевых направлений

развития связи, звукового и телевизионного вещаний, осуществляет научно-техническую координацию фундаментальных исследований и практических разработок, проводимых в интересах развития информационной структуры страны.

С.Л. Мишенков – действительный член IEEE, МАС, МАИ, МАНВШ.

Евгений Павлович Зелевич – кандидат технических наук, доцент Института повышения квалификации Московского технического университета связи. Родился в 1945 г. В 1968 г. окончил Московский электротехнический институт связи. Специальность по образованию – радиотехника. После окончания института работал в Радиотехническом институте АН СССР. Начиная с 1977 г. работал во Всесоюзном заочном электротехническом институте связи старшим научным сотрудником, а в 1982 г. был переведен в Московский институт связи, где с 1987 г. заведует научно-исследовательской лабораторией. Почетный радист. Автор более 150 научных трудов и изобретений. Член-корреспондент Международной академии информатизации.

Сфера научных интересов: технологии цифрового радиовещания, цифровая магнитная запись, вопросы применения пластиковых карт в отрасли связи, социально ориентированные услуги и оборудование телефонной связи.





В. Бехар, Х. Кабакчиев

Алгоритмы цифровой демодуляции ЛЧМ-сигналов

Рассмотрены современные методы цифровой демодуляции высокочастотных радиосигналов. Целью исследований являются оценка эффективности и выбор подходящего алгоритма цифровой демодуляции сигналов для его практического применения в цифровом приемнике радиолокационных (РЛ) сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-сигналов). В результате исследований разработан эффективный алгоритм цифровой обработки ЛЧМ-сигналов в синхронном детекторе. Полученные результаты предназначены для практической реализации современных алгоритмов ЦОС в сигнальных процессорах радиолокационных систем.

Введение

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) в сигнальных процессорах современных радиолокационных систем начинается с обработки сигналов уже на промежуточной частоте. Это вызвано тем, что при традиционном подходе, когда синхронный детектор представляет собой аналоговое устройство, фазовые ошибки в квадратурных составляющих сигнала могут достигать порядка нескольких градусов, что существенно снижает эффективность последующей цифровой обработки РЛ-сигналов в сигнальном процессоре (рис. 1). Используя цифровую демодуляцию РЛ-сигналов, можно значительно снизить их погрешности на выходе синхронного детектора. Однако практическая реализация ЦОС в синхронном детекторе предполагает дискретизацию РЛ-сигналов уже на промежуточной частоте. В таком случае по теореме отсчетов Котельникова частота дискретизации сигнала в АЦП должна превышать не менее чем в два раза наибольшую частоту в спектре сигнала, что может составлять несколько сотен и даже тысяч МГц. Оказывается, что при некоторых ограничениях, наложенных на сигнал, можно ослабить столь жесткие требования к АЦП. Как показали исследования, при определенных соотношениях несущей частоты и ширины частотного спектра узкополосного сигнала

его можно "оцифровывать" с помощью обычных АЦП с частотой дискретизации не более чем 50 МГц [2,3,4,6,7]. Подобный подход используют методы цифровой демодуляции узкополосных сигналов, рассмотренные в настоящей статье. В целом исследована эффективность трех методов цифровой демодуляции сигнала в целях их практической реализации в цифровом приемнике РЛ-сигналов с линейной модуляцией частоты (ЛЧМ-сигналов). Рассмотренные варианты ЦОС в синхронном детекторе отличаются друг от друга по способу формирования квадратурной составляющей сигнала [2,3,4]. Цифровые значения синфазной составляющей в каждом из вариантов обработки формируются из цифровых значений ЛЧМ-сигнала, взятых в четные моменты времени на выходе АЦП. Цифровые значения квадратурной составляющей сигнала формируются с помощью соответствующей фильтрации входного ЛЧМ-сигнала. Исследуемые алгоритмы отличаются друг от друга по типу используемого для этой цели цифрового фильтра: интерполяционного [2], фильтра Гильберта [3] и фильтра нижних частот (ФНЧ) [4]. Результаты исследований показали высокую эффективность варианта цифровой обработки с использованием фильтра нижних частот.

Настоящие исследования были проведены в Институте информационных технологий Болгарской академии наук (ИИТ БАН). Полученные результаты предназначены для практической реализации современных алгоритмов ЦОС в сигнальных процессорах радиолокационных систем.

Математическая модель ЛЧМ-импульса

Закон изменения во времени мгновенной нормированной амплитуды радиолокационного импульса с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-импульса) описывается функцией [1]

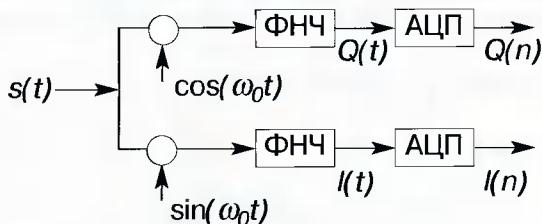


Рис. 1. Традиционная схема синхронного детектора узкополосного сигнала

$$s(t) = \cos(\varpi(t)), t \in [0, T_i], \quad (1) \quad I(t) = \sin\theta(t) \text{ и } Q(t) = \cos\theta(t). \quad (9)$$

где $\varpi(t)$ и T_i – мгновенная фаза и длительность импульса. Мгновенная частота ЛЧМ-импульса изменяется по линейному закону

$$f(t) = f_1 + \frac{\Delta f}{T_i} t, t \in [0, T_i], \quad (2)$$

где $\Delta f = f_2 - f_1$ – частотная девиация или ширина спектра импульса, а f_1 и f_2 – минимальная и максимальная частоты ЛЧМ-импульса. В таком случае центральная частота ЛЧМ-импульса

$$f_0 = f_1 + \frac{\Delta f}{2} \text{ или } f_0 = f_2 - \frac{\Delta f}{2}. \quad (3)$$

Линейному закону изменения частоты ЛЧМ-сигнала соответствует квадратичный закон изменения его мгновенной фазы

$$\varpi(t) = 2\pi \int_0^t f(t) dt = 2\pi \int_0^t (f_1 + \frac{\Delta f}{T_i} t) dt = 2\pi f_1 t + \frac{\pi \Delta f}{T_i} t^2, \quad t \in [0, T_i]. \quad (4)$$

Заменив f_1 в (2) выражением (3), получим закон изменения мгновенной фазы ЛЧМ-сигнала $\varpi(t)$ в зависимости от его центральной частоты

$$\varpi(t) = 2\pi f_0 t + \frac{\pi \Delta f}{T_i} t^2 - \pi \Delta f t, t \in [0, T_i]. \quad (5)$$

Подставив в (1) выражение (5), получим закон изменения мгновенной амплитуды ЛЧМ-сигнала

$$s(t) = \cos(2\pi f_0 t + \theta(t)), t \in [0, T_i]. \quad (6)$$

Из (5) следует, что фаза $\theta(t)$ комплексной огибающей ЛЧМ-сигнала изменяется во времени по квадратичному закону

$$\theta(t) = \frac{\pi \Delta f}{T_i} t^2 - \pi \Delta f t, t \in [0, T_i]. \quad (7)$$

Подобно любому узкополосному сигналу ($f_0 \gg \Delta f$) ЛЧМ-сигнал может быть представлен его синфазной и квадратурной составляющими

$$s(t) = Q(t)\cos(2\pi f_0 t) - I(t)\sin(2\pi f_0 t), t \in [0, T_i]. \quad (8)$$

Квадратурная $I(t)$ и синфазная $Q(t)$ составляющие сигнала описываются выражениями

Комплексная огибающая сигнала определяется следующим образом

$$A(t) = e(t)e^{j\psi(t)}.$$

Здесь модуль $e(t)$ и главное значение фазы $\psi(t)$ ЛЧМ-сигнала находятся из выражения

$$e(t) = \sqrt{I(t)^2 + Q(t)^2} \text{ и } \psi(t) = \arctg \frac{I(t)}{Q(t)}. \quad (10)$$

При дискретизации сигнала с частотой F_s отсчеты мгновенной амплитуды в моменты времени $t_k = kT_s$ определяются выражениями

$$s[kT_s] = \cos(2\pi f_0 kT_s + \frac{\pi \Delta f k^2 T_s^2}{T_i} - \pi \Delta f kT_s). \quad (11)$$

Период дискретизации T_s и количество отсчетов ЛЧМ-сигнала N_i связаны соотношениями

$$T_s = \frac{1}{F_s} \text{ и } N_i = T_i F_s. \quad (12)$$

Из (11) следует, что значения квадратурной и синфазной составляющих ЛЧМ-сигнала в моменты времени $t_k = kT_s$ могут быть определены с помощью выражений

$$I[kT_s] = \sin(\frac{\pi \Delta f}{T_i} k^2 T_s^2 - \pi \Delta f kT_s),$$

$$Q[kT_s] = \cos(\frac{\pi \Delta f}{T_i} k^2 T_s^2 - \pi \Delta f kT_s),$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N_i. \quad (13)$$

Используя параметр модуляции ЛЧМ-сигнала

$$b = \frac{\pi \Delta f}{T_i}, \quad (14)$$

можно записать следующие соотношения для дискретизованных значений квадратурной и синфазной составляющих ЛЧМ-сигнала в виде

$$I[kT_s] = \sin(bk^2 T_s^2 - \pi \Delta f kT_s),$$

$$Q[kT_s] = \cos(bk^2 T_s^2 - \pi \Delta f kT_s), k = 0, 1, 2, \dots, N_i. \quad (15)$$

Тогда величина комплексной огибающей ЛЧМ-сигнала

$$A[kT_s] = Q[kT_s] + jI[kT_s], k = 0, 1, 2, \dots, N_i. \quad (16)$$

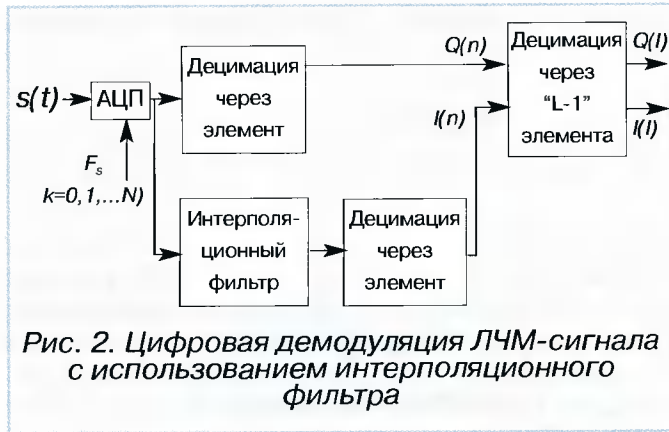


Рис. 2. Цифровая демодуляция ЛЧМ-сигнала с использованием интерполяционного фильтра

В экспоненциальной форме значения комплексной огибающей определяются значениями модуля и фазы

$$A[kT_s] = e^{j\psi[kT_s]},$$

$$\text{где } e^{j\psi[kT_s]} = \sqrt{I^2[kT_s] + Q^2[kT_s]}, \quad \psi[kT_s] = \arctg \frac{I[kT_s]}{Q[kT_s]},$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N_i. \quad (17)$$

Алгоритм цифровой демодуляции на базе интерполяционного фильтра

В алгоритме, предложенном в [2], для получения значений квадратурной составляющей ЛЧМ-сигнала используется цифровой интерполяционный фильтр. Согласно блок-схеме алгоритма (рис. 2) входной РЛ-сигнал $s(t)$ оцифровывается в АЦП с частотой дискретизации F_s , удовлетворяющей условиям

$$F_s = \frac{4f_0}{2M-1} \quad \text{и} \quad F_s \geq 2\Delta f, \quad (18)$$

где f_0 и Δf – соответственно центральная частота и частотная девиация ЛЧМ-сигнала, M – некоторое целое число. Из (18) следует, что f_0 и F_s связаны между собой соотношением

$$f_0 = \frac{(2M-1)F_s}{4}. \quad (19)$$

При дискретизации высокочастотного ЛЧМ-сигнала $s(t)$ его отсчеты в моменты времени $t_k = kT_s$ принимают значения

$$s[kT_s] = \cos(2\pi f_0 kT_s + bk^2 T_s^2 - \pi \Delta f kT_s) = Q[kT_s] \cos(2\pi f_0 kT_s) - I[kT_s] \sin(2\pi f_0 kT_s),$$

$$\text{где } k = 0, 1, 2, \dots, N_i. \quad (20)$$

Подставив в (20) вместо f_0 выражение (19), заметим, что при частоте дискретизации F_s , удовлетворяющей условиям (18), на выходе АЦП можно получить цифровые значения квадратурных составляющих входного сигнала

$$s[mT_s] = \begin{cases} (-1)^{\frac{m}{2}} Q[mT_s], & m=2k \\ (-1)^{\frac{m-1}{2}} I[mT_s], & m=2k-1, \end{cases}$$

$$\text{где } k=0, 1, 2, \dots, N_i. \quad (21)$$

Согласно (21) значения ЛЧМ-сигнала на выходе АЦП в четные моменты времени являются цифровыми значениями его синфазной составляющей

$$Q[nT_w] = Q[mT_s] = (-1)^{\frac{-m}{2}} s[mT_s],$$

$$\text{где } m = 2k = 2n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N_i, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_w. \quad (22)$$

При децимации сигнала через элемент период дискретизации увеличивается в два раза, т.е. $T_w = 2T_s$. В этом случае число временных отсчетов синфазной составляющей сигнала при соответствующем уменьшенной частоте дискретизации $W = F_s/2$ равно $N_w = T_i W$, где T_i – длительность ЛЧМ-сигнала.

Из выражения (21) следует, что цифровые значения ЛЧМ-сигнала в нечетные моменты времени формируют его квадратурную составляющую. При этом отсчеты синфазной и квадратурной составляющих ЛЧМ-сигнала на выходе АЦП не совпадают во времени. Это не столь важно, когда огибающая и фаза ЛЧМ-сигнала постоянны во времени. Когда же огибающая и фаза ЛЧМ-сигнала флуктуируют, то нужна синхронизация во времени отсчетов квадратурных составляющих сигнала. Согласно [2] оценки цифровых значений квадратурной составляющей сигнала $I[nT_w]$, совпадающие во времени со значениями его синфазной составляющей $Q[nT_w]$, могут быть получены с помощью интерполяции и последующей децимации входного сигнала через элемент (рис.2)

$$\hat{I}[nT_w] = \hat{I}[nT_s] = \lim_{\hat{f}_0 \rightarrow \infty} (-1)^{\frac{-m}{2}} s_N[mT_s + \frac{1}{4\hat{f}_0}],$$

$$\text{где } k = 0, 1, 2, \dots, N_i, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_w. \quad (23)$$

Точность получаемых оценок $I[nT_w]$ зависит от частоты интерполяции \hat{f}_0 , значения которой выбираются согласно условию

$$\frac{f_0}{2M-1} = \frac{\hat{f}_0}{2\hat{M}-1}, \quad \text{где } \hat{M} \gg M \quad \text{и} \quad \hat{f}_0 \gg f_0, \quad (24)$$

где \hat{M} – произвольное целое число, которое должно выбираться четным (нечетным), если число M – четное (нечетное). В противном случае будут получены инвертированные по фазе значения оценок $I[nT_w]$. Значения сигнала $s_N(t)$ в моменты времени $t = mT_s + 1/4\hat{f}_0$ получаются на выходе интерполяционного фильтра длиной $2N+1$

$$s_N(t) = \sum_{k=-N}^N S[(m+k)T_s] \Psi[t-(m+k)T_s], \quad (25)$$

где $\Psi(t)$ – функция интерполяции, рассчитываемая по методике [2].

Частота дискретизации значений составляющих сигнала (W) в два раза меньше частоты дискретизации в АЦП (F_s). Согласно теореме Котельникова частота дискретизации квадратурных составляющих ЛЧМ-сигнала должна быть не меньше ширины его частотной полосы, т. е. $W \geq \Delta f$. В случае когда частота W многократно превышает Δf , т.е. $W \gg \Delta f$, приходится прибегать к дополнительной децимации сигнала простым прореживанием сигнала через $(L-1)$ элемента для того, чтобы снизить избыточность потока данных на выходе цифрового синхронного детектора.

Точность получаемых оценок в максимальной степени зависит от выбора длины интерполяционного фильтра $(2N+1)$ и частоты \hat{f}_0 в выражениях (23) и (25).

Алгоритм цифровой демодуляции на базе фильтра Гильберта

В алгоритме, предложенном Rice и Wu в [3], для получения значений квадратурной составляющей радиолокационного сигнала используется фильтр Гильберта. На рис.3 дана блок-схема цифровой демодуляции ЛЧМ-сигнала с использованием фильтра Гильберта. В данном случае частота дискретизации F_s должна удовлетворять условиям

$$F_s = \frac{4f_0}{4M+1} \text{ и } F_s \geq 2\Delta f. \quad (26)$$

В этом случае центральная частота и частота дискретизации связаны между собой соотношением

$$f_0 = \frac{(4M+1)F_s}{4}. \quad (27)$$

Как и в предыдущем алгоритме, значения сигнала на выходе АЦП в четные моменты времени

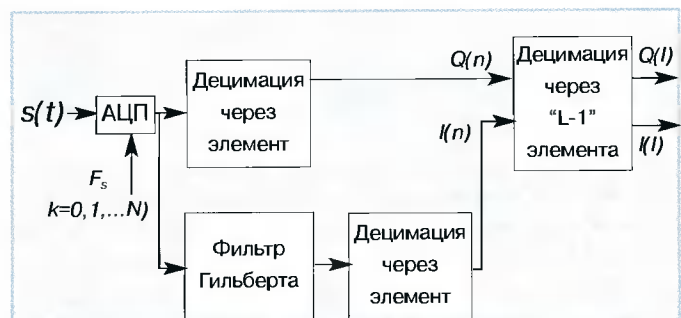


Рис. 3. Цифровая демодуляция ЛЧМ-сигнала с использованием интерполяционного фильтра Гильберта

формируют цифровые значения его синфазной составляющей

$$Q[nT_w] = (-1)^{\frac{-m}{2}} s[mT_s], \quad (28)$$

где $m = 2n$; $n = 0, 1, 2, \dots, N_w$.

Цифровые значения квадратурной составляющей сигнала формируются на выходе фильтра Гильберта с последующей децимацией сигнала через элемент

$$\hat{I}[nT_w] = \sum_{k=0}^{2N} h_k s[(2n+N-k)T_s], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_w. \quad (29)$$

Параметр фильтра N в (29) должен быть целым положительным четным (нечетным) числом, если производится оценка квадратурной (синфазной) составляющей сигнала [3]. Из выражения (29) видно, что значения оцениваемой составляющей сигнала появляются на выходе фильтра с задержкой в N тактов. Импульсная характеристика фильтра определяется следующим образом

$$h_k = \begin{cases} 0, & k=0, 2, 4, \dots, 2N \\ \frac{2}{\pi(N-k)}, & k=1, 2, 3, \dots, 2N-1. \end{cases} \quad (30)$$

Результаты исследований показали, что оценки (29) можно значительно улучшить, если использовать взвешенную фильтрацию

$$\hat{I}[nT_w] = \sum_{k=0}^{2N} h_k W_k s[(2n+N-k)T_s], \quad (31)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N_w.$$

При математическом моделировании алгоритма обработки было исследовано влияние типа весовой функции W_k на точность получаемых оценок. Для этой цели были использованы известные весовые функции Хэмминга, Ханна, Блекмана, Бартлета, Кайзера, Чебышева и др. Исследования показали, что при взвешенной фильтрации (31) точность получаемых оценок обеспечивается при меньших вычислительных затратах, чем в алгоритме обработки с использованием интерполяционного фильтра (23).

Алгоритм цифровой демодуляции на базе фильтра нижних частот

В алгоритме, предложенном в [4], для получения значений квадратурной составляющей РЛ-сигнала используется ФНЧ. На рис.4 приведена блок-схема алгоритма обработки. Пусть f_1 и f_2 – соответственно наименьшая и наибольшая частоты в спектре ЛЧМ-сигнала. Частота дискретизации F_s согласно алгорит-



му должна удовлетворять следующим условиям

$$F_s = \frac{4f_0}{4M+1}; 2\Delta f \leq F_s \leq \frac{f_1}{M}, \quad (32)$$

где f_0 и Δf – центральная частота и частотная девиация ЛЧМ-сигнала, а M – некоторое целое число. Центральная частота f_0 и частота дискретизации сигнала в АЦП связаны между собой соотношением (27). Как и в предыдущих алгоритмах цифровой демодуляции ЛЧМ-сигнала, значения сигнала на выходе АЦП в четные моменты времени формируют цифровые значения его синфазной составляющей согласно выражению (28). Оценки цифровых значений квадратурной составляющей сигнала, совпадающих во времени со значениями его синфазной составляющей, получаются на выходе ФНЧ с последующей децимацией сигнала через элемент

$$\hat{I}[nT_w] = - \sum_{k=0}^{N_Q} (-1)^{(n-1-k)\frac{N_Q+1}{2}} g_{LFF}(k) s[(2n+N_Q-2k)T_s],$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N_w, \quad (33)$$

где g_{LFF} – импульсная характеристика ФНЧ с нормированной частотой среза, равной 0,25. Предполагается, что длина фильтра $N=N_Q+1$ является четной. В процессе исследования были рассмотрены три типа фильтров.

Тип 1: Асимптотически оптимальный фильтр

Импульсная характеристика фильтра $g_{as}(k)$ находится как обратное преобразование Фурье передаточной функции идеального ФНЧ

$$g_{LFF}(k) = g_{as}(k) = \frac{\sin \frac{\pi}{2}(2k-N_Q)}{\frac{\pi}{2}(2k-N_Q)}.$$

При $N_Q \rightarrow \infty$ ошибка фильтрации стремится к нулю.

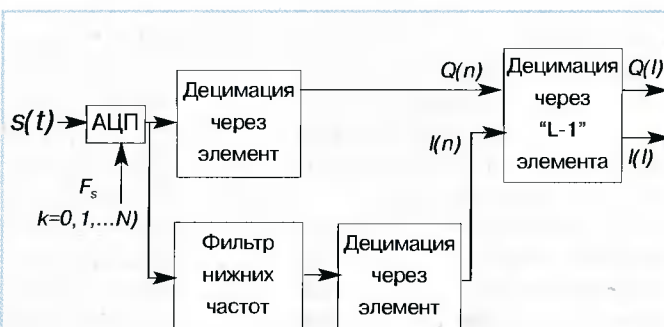


Рис. 4. Цифровая демодуляция ЛЧМ-сигнала с использованием ФНЧ

Тип 2: Фильтр нижних частот с весовой обработкой

В этом случае импульсная характеристика фильтра $g_w(k)$ является произведением импульсной характеристики идеального фильтра $g_{as}(k)$ и некоторой весовой функции $W(k)$, т.е.

$$g_{LFF}(k) = g_w(k) = g_{as}(k)W(k).$$

Было исследовано качество обработки при различных весовых функциях – окнах Хэмминга, Бартлетта, Ханна, Блекмана, Кайзера, Чебышева и др.

Тип 3: Оптимальный фильтр нижних частот

Передаточная функция оптимального фильтра может быть получена с помощью аппроксимации полиномами Чебышева. В данном случае для нахождения импульсной характеристики фильтра был использован алгоритм Ремеза, обеспечивающий равномерную пульсацию передаточной характеристики фильтра [5]. При синтезе фильтра были использованы следующие данные: (1) – длина фильтра N ; (2) – частота среза полосы пропускания F_1 и непрозрачности F_2 ; (3) – отношение уровней пульсаций передаточной функции в полосе пропускания δ_1 и непрозрачности δ_2 . Синтез фильтра реализован с помощью стандартной процедуры из библиотеки MATLAB при следующих входных данных: длина фильтра $N=4;6$; частота среза в полосе пропускания – $F_1=\Delta f/2$; частота среза в полосе непрозрачности $F_2=F_1+\Delta$, где Δ – уровень передискретизации сигнала, получаемый из условия

$$F_s = \frac{f_1 - \Delta}{M}.$$

Результаты исследований

Для проверки практической реализуемости алгоритмов цифровой демодуляции ЛЧМ-сигналов были исследованы различные варианты ЦОС в синхронном детекторе. Исследования проводились при следующих параметрах ЛЧМ-сигнала:

- несущая частота – $f_0 = 60$ МГц ;
- ширина частотного спектра – $\Delta f = 4,8$ МГц.

Частота дискретизации ЛЧМ-сигнала в АЦП должна удовлетворять:

- условию (18) в алгоритме с интерполяционным фильтром;
- условию (26) в алгоритме с фильтром Гильберта;
- условию (32) в алгоритме с ФНЧ.

Допустимые значения частоты F_s для заданных параметров сигнала f_0 и Δf приведены в табл. 1 – согласно цифровой обработке на базе интерполяционного фильтра; в табл. 2 – со-

Табл. 1. Значения частоты дискретизации в АЦП при обработке с помощью интерполяционного фильтра в [МГц]

M	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
F	240	80	48	$\frac{240}{7}$	$\frac{240}{9}$	$\frac{240}{11}$	$\frac{240}{13}$	16	$\frac{240}{17}$	$\frac{240}{19}$	$\frac{240}{21}$	$\frac{240}{23}$	9.6

Табл. 2. Значения частоты дискретизации в АЦП при обработке с помощью фильтра Гильберта или фильтра нижних частот в [МГц]

M	1	2	3	4	5	6
F_s	48	$\frac{240}{9}$	$\frac{240}{13}$	$\frac{240}{17}$	$\frac{240}{21}$	9.6

гласно обработке на базе фильтра Гильберта или ФНЧ.

Для сравнительного анализа эффективности алгоритмов цифровой демодуляции ЛЧМ-сигнала была выбрана общая для трех алгоритмов частота дискретизации $F_s=48$ МГц. При этой частоте дискретизации для каждого из алгоритмов путем математического моделирования были получены максимальные значения абсолютных погрешностей огибающей (Δe), фазы ($\Delta \Psi^0$) и квадратурной составляющей сигнала (ΔQ) на выходе синхронного детектора.

При моделировании алгоритма демодуляции с использованием интерполяционного фильтра было исследовано влияние частоты интерполяции \hat{f}_0 и размера интерполяционного фильтра N на точность оценок сигнала на выходе синхронного детектора. В табл. 3 и 4 приведены максимальные значения абсолютных погрешностей сигнала, полученные при различных размерах интерполяционного фильтра ($2N+1$) для двух значений частоты интерполяции \hat{f}_0 .

Из анализа результатов видно, что от размера интерполяционного фильтра существенно зависит точность получаемых оценок. При

Табл. 3. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала при частоте интерполяции $\hat{f}_0=7500$ МГц ($\hat{M}=313$)

N	6	8	10	14	20
Δe	0.04	0.014	0.0045	0.00095	0.00025
$\Delta \Psi^0$	1.2	0.4	0.15	0.05	0.03
ΔQ	0.04	0.012	0.005	0.001	0.0005

Табл. 4. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала при частоте интерполяции $\hat{f}_0=75180$ МГц ($\hat{M}=3133$)

N	6	8	10	14	20
Δe	0.038	0.0125	0.0044	0.0009	0.0000055
$\Delta \Psi^0$	1.1	0.37	0.13	0.03	0.0032
ΔQ	0.038	0.0125	0.0045	0.0009	0.0000065

Табл. 5. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала без весовой обработки в фильтре Гильберта

N	6	10	20	32	64
Δe	0.1	0.06	0.03	0.0175	0.009
$\Delta \Psi^0$	2.5	1.75	1	0.8	0.35
ΔQ	0.1	0.065	0.03	0.02	0.01

Табл. 6. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала при весовой обработке с окном Ханна в фильтре Гильберта

N	6	10	20	32	64
Δe	0.0022	0.0003	7e-6	1.4e-6	1.75e-6
$\Delta \Psi^0$	0.06	0.0075	0.002	0.0007	6e-6
ΔQ	0.0022	0.0003	7.5e-6	1.6e-6	2e-6

больших значениях частоты интерполяции ее влияние на точность получаемых оценок становится существенным (на порядок) только при больших размерах фильтра. В целом точность получаемых оценок лучше, чем это гарантирует традиционный синхронный детектор в аналоговом исполнении (ошибка в фазе равна 2 – 3 градусам) [2]. При анализе эффективности алгоритма демодуляции сигнала при наличии фильтра Гильберта было исследовано влияние размера фильтра и типа "окна" на точность параметров сигнала на выходе синхронного детектора. Результаты исследований показали высокую эффективность взвешенной фильтрации, но наилучшие оценки сигнала были получены при обработке с окном Ханна. В табл. 5 представлены результаты без весовой обработки в фильтре Гильберта.

Для сравнения в табл. 6 приведены аналогичные результаты, полученные при взвешенной фильтрации (окно Ханна). Сравнительный анализ данных в табл. 5 и 6 показывает, что уже при небольших размерах фильтра (13 элементов) точность оценок на выходе синхронного детектора при весовой обработке очень высокая. При моделировании алгоритма демодуляции сигнала с ФНЧ было исследовано влияние типа фильтра и размера фильтра на точность параметров сигнала на выходе синхронного детектора.

Для сравнения в табл. 7 и 8 представлены результаты исследований, полученные без весовой и при весовой обработке сигнала в ФНЧ. Анализ данных в табл. 5, 6, 7, 8 показывает, что эффективность весовой обработки в ФНЧ эквивалентна весовой обработке в фильтре Гильберта, т.е. дает аналогичные по величине погрешности сигнала на выходе синхронного детектора. В данном случае самой эффективной оказалась ЦОС с использованием оптимального ФНЧ, импульсная характеристика которого была получена по алгоритму Ре-

Табл. 7. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала в идеальном фильтре нижних частот

N	6	10	20	32	64
Δe	0.1	0.06	0.03	0.017	0.0095
$\Delta \Psi^0$	2.5	1.75	1	0.8	0.35
ΔQ	0.1	0.06	0.03	0.018	0.01

Табл. 8. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала при весовой обработке окном Ханна в фильтре нижних частот

N	6	10	20	32	64
Δe	0.0021	0.0003	7e-6	1.4e-6	1.75e-6
$\Delta \Psi^0$	0.06	0.01	0.002	0.0007	5e-6
ΔQ	0.0018	0.0003	8e-6	1.6e-6	2e-6

меза [5]. При синтезе фильтра были использованы следующие входные параметры:

- длина фильтра $N=4$ и 6 ;
- частота среза в зоне пропускания $F_1=2,4$ МГц;
- частота среза в зоне непрозрачности $F_2=0,99F_s/4=11,88$ МГц;
- отношение максимальных значений пульсаций в зоне пропускания и в зоне непрозрачности $\delta_1/\delta_2=1$.

В табл. 9 приведены коэффициенты импульсной характеристики оптимального ФНЧ $g_{opt}(k)$, ($k=1...N$) для двух значений его длины (N).

В табл. 10 представлены максимальные значения погрешностей ЛЧМ-сигнала на выходе цифрового синхронного детектора с оптимальным ФНЧ,

Анализ данных в табл. 10 дает основание утверждать, что самым эффективным алгоритмом цифровой демодуляции ЛЧМ-сигнала является алгоритм с использованием оптимального ФНЧ. Уже при малой длине оптимального фильтра ($N=4$) точность получаемых оценок выше, чем при всех рассмотренных вариантах

Табл. 9. Коэффициенты оптимального фильтра нижних частот

N	$g_{opt}(1)$	$g_{opt}(2)$	$g_{opt}(3)$	$g_{opt}(4)$	$g_{opt}(5)$	$g_{opt}(6)$
4	-0.0673	0.5671	0.5671	-0.0673		
6	0.01333	-0.1021	0.5888	0.5888	-0.1021	0.0133

Табл. 10. Максимальные значения абсолютной погрешности сигнала при обработке в оптимальном фильтре нижних частот

N	Δe	$\Delta \Psi^0$	ΔQ
4	3e-4	0.013	4.5e-4
6	8e-7	0.0012	2e-6

первых двух алгоритмов цифровой демодуляции сигнала.

Литература

1. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981.
2. Waters W.M. and Jarrett B.R. Bandpass Signal Sampling and Coherent Detection // IEEE Trans. – Vol. AES-18, 4, 1982. – P. 731 – 736.
3. Rice D.W. and Wu K.M. Quadrature Sampling with High Dynamic Range // IEEE Trans. – Vol. AES-18, 4, 1982. P. 736-739.
4. No K.C., Chan Y.I., Inkol R.A. Digital Quadrature Demodulation System // IEEE Trans. – Vol. AES-32, 4, 1996. – P 1218-1226.
5. Rabiner L., Gold B. Theory and Application of Digital Signal Processing. – New Jersey, Prentice-Hall. 1975.
6. Roome S.J., Eng C. Analysis of Quadrature Detectors using Complex Envelope Notation // IEE Proc. – Vol. 136, Pt. F, 2, 1989. – P. 95-100
7. Mitchell R.L. Creating Complex Signal Samples from a Band-Limited Real Signal // IEEE Trans. – Vol. AES-25, 3, 1989. – P. 425 – 427.

Обнаружение случайных сигналов в базисах функций Виленкина – Крестенсона при неполной априорной информации

Разработан фидуциальный метод синтеза инвариантных алгоритмов m -обнаружения; получено оптимальное инвариантное решающее правило и показано, что соответствующий алгоритм m -обнаружения имеет быструю блочно-рекуррентную вычислительную реализацию; приведены результаты статистического моделирования.

Постановка задачи

В радиолокации, в системах связи и во многих других областях естествознания и техники часто возникает следующая задача. Исследователь в отдельные моменты времени $t_i \in R^+ = [0, \infty)$ наблюдает непрерывную реализацию случайного процесса $y(t)$ в виде дискретной последовательности отсчетов $\{y_i\} = \{y(t_i)\}$, ($i = 0, 1, 2, \dots$), которая может представлять либо аддитивную смесь сигнала, содержащего полезную информацию, и мешающей помехи, либо только помеху. Используя заранее выработанное правило, требуется вынести решение о наличии или отсутствии полезного сигнала в наблюдаемой реализации. Данная задача обнаружения сигнала на фоне помехи относится к классу задач проверки статистических гипотез [1, 2]. А именно, выдвигается гипотеза $H_0 = \{y_i = \xi_{ij}\}$ против альтернативы $H_1 = \{y_i = s_i + \xi_{ij}\}$, где $\{s_i\}$ – полезный сигнал, $\{\xi_{ij}\}$ – помеха. Необходимо на основании определенного оптимального правила вынести решение d_1 о наличии сигнала (принять альтернативу H_1) или решение d_0 об отсутствии сигнала (принять гипотезу H_0).

Такая общая постановка задачи обнаружения не является исчерпывающей и должна быть дополнена априорной информацией о вероятностных характеристиках сигнала и помехи, а также указанием, в каком базисе представления следует синтезировать оптимальное решающее правило.

Отметим, что выбор базиса определяется характером последующей цифровой обработки и позволяет при синтезе оптимального алгоритма обнаружения одновременно учесть возможность его быстрой вычислительной реализации в заданной спектральной области. В работах [3, 4] показано, что при ЦОС весьма перспективными являются конечные мультипликативные базисы, составленные из дискретных ортонормированных Виленкина – Крестенсона функций (ВКФ)

$$B_n^{(m)} = \{(1/\sqrt{n}) \cdot \text{Had}^{(m)}(\mu, \tau), \mu, \tau \in 0, 1, \dots, n-1\}. \quad (1)$$

Их применение полностью совместимо с работой на ЭВМ, поскольку сигналы всегда обрабатываются конечными блоками и в дискретной форме. Кроме того, для этих базисов имеются быстрые

спектральные алгоритмы. При частных значениях основания m система ВКФ (1) совпадает с дискретными базисами Фурье и Уолша. В дальнейшем синтезированные в базисе ВКФ алгоритмы обнаружения, для краткости будем называть алгоритмами m -обнаружения.

Пусть сигнал $\{s_i\}$ и помеха $\{\xi_{ij}\}$ случайны и являются комплексными стационарными гауссовскими последовательностями с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями

$$R_s(\tau) = M[s(i) \cdot \bar{s}(i+\tau)], \quad R_\xi(\tau) = M[\xi(i) \cdot \bar{\xi}(i+\tau)], \\ i, i+\tau = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Причем процессы $\{s_i\}$ и $\{\xi_{ij}\}$ независимы, а их аддитивная смесь $\{y_i\} = \{s_i + \xi_{ij}\}$ наблюдается в течение дискретного интервала времени $T_N^{\text{det}} = \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$, образуя выборку $y^N = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$ размера N , и описывается корреляционной функцией

$$R_y(\tau) = M[y(i) \cdot \bar{y}(i+\tau)] = R_s(\tau) + R_\xi(\tau) = D_s r_s(\tau) + h_0 r_\xi(\tau), \quad (3)$$

где $D_s, D_\xi, r_s(\tau) = R_s(\tau)/D_s, r_\xi(\tau) = R_\xi(\tau)/D_\xi$ – дисперсии и нормированные корреляционные функции сигнала и помехи; $h_0 = D_s/D_\xi$ – отношение сигнал/шум по мощности на входе обнаружителя.

Кроме того, предполагается, что все указанные последовательности получены в результате равномерной дискретизации по времени с интервалом T секунд из соответствующих непрерывных случайных процессов.

Рассматривается задача m -обнаружения сигнала $\{s_i\}$ на фоне помехи $\{\xi_{ij}\}$ в условиях неполной априорной информации, когда известны функции $r_s(\tau), r_\xi$ и отношение h_0 . Отметим, что знание нормированной корреляционной функции равносильно знанию формы спектральной плотности мощности случайного процесса, задание величины h_0 характеризует условия приема сигнала, а отсутствие информации о дисперсиях D_s, D_ξ соответствует наиболее типичной для практики ситуации, когда мощности сигнала и помехи неизвестны. При этом зависящие от этих параметров гипотезы H_0 и H_1 являются сложными.



Фидуциальный метод синтеза инвариантных алгоритмов m -обнаружения

Так как построение оптимальной процедуры обнаружения требуется осуществить в конечномерном базисе ВКФ, то перед началом синтеза вероятностное описание наблюдаемого сигнала $\{y_j\}$ при гипотезах H_0 и H_1 надо представить в терминах данного базиса. Для этого воспользуемся рекуррентным способом представления случайных процессов в базисе ВКФ, основанным на применении марковских m -моделей [5], суть которого состоит в следующем.

Комплексная последовательность $\{y_j\}$ разбивается на кадры (векторы)

$$y_k = [y_k^{(0)}, y_k^{(1)}, \dots, y_k^{(n-1)}] \stackrel{\text{def}}{=} [y_{ik-n+1}, \dots, y_{ik-1}, y_{ik}]^T, \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

в соответствии с некоторой заранее определенной системой временных интервалов: $\tau = \{\Delta_k, k=0, 1, 2, \dots\}$, $\Delta_k = \{i_k - n + 1, \dots, j_k - 1, i_k\}$, $i_k = (n - \nu)k + n - 1$, $n = m^p$, $0 \leq \nu \leq n - 1$, которые имеют фиксированный размер $n \leq N$, могут пересекаться (с параметром зацепления ν) и накрывают интервал регистрации процесса $T_N = \bigcup_{k=0}^M \Delta_k$. Затем предполагается, что полученная комплексная векторная последовательность $\{y_k\}$ является марковской и описывается стохастическим разностным уравнением специального вида

$$y_k = \Phi y_{k-1} + w_k, \quad w_k \sim N(0, Q) \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

$$M[w_k] = 0, \quad M[y_0] = 0, \quad M[w_k w_l^H] = Q \delta_{k,l}, \quad M[y_0 y_0^H] = \Gamma_0, \quad \forall k, l,$$

где комплексные матрицы Φ , Q , Γ_0 имеют блочно-циркулянтную структуру и инвариантны относительно группы временных m -сдвигов, т.е. $\Phi = (\Phi(i \theta j))$, и т.д., причем Γ_0 и Q – положительно определены и эрмитовы, а собственные числа матрицы Φ лежат внутри единичного круга и выполнено условие стационарности $\Gamma_0 = Q(I - \Phi \Phi^H)^{-1}$, θ – операция поразрядного вычитания по модулю m ; H – символ эрмитового сопряжения.

В работе [5] показано, что при таком рекуррентном марковском представлении конечные последовательности $\{y_k^{(l)}, l=0, \dots, n-1\}$, образующие каждый кадр y_k , m -стационарны, т.е. описывают некоторый случайный процесс в базисе ВКФ на системе временных интервалов τ . Причем задача оптимизации выбора параметров Φ , Q m -модели (5) может трактоваться как процедура перехода от бесконечномерного базиса Фурье, в котором вероятностное описание гауссовских процессов задается корреляционными функциями (2) – (3), к конечномерному базису ВКФ (1). Если при переходе к рекуррентной m -модели (5) используется спектральный критерий качества, то ее оптимальные параметры рассчитываются по формулам

$$\Phi = (R_{y1}^{(m)})^H (R_{y0}^{(m)})^{-1}, \quad Q = R_{y0}^{(m)} (I - \Phi \Phi^H), \quad (6)$$

$$R_{y0} = (R_y(j-i), R_{y1} = (R_y(j-i+n-\nu), \quad i, j \in T_n,$$

где R_{y0} , R_{y1} – матрицы, составленные из значений корреляционной функции $R_y(\tau)$; $A^{(m)} \stackrel{\text{def}}{=} W \cdot \text{Diag}(W^H A W) W^H$ – линейный матричный оператор проектирования на подпространство специальных блочно-циркулянтных матриц, согласованных с базисом ВКФ [6]; W – унитарная матрица преобразований Виленкина – Крестенсона размерности $n \times n$; $T_n \stackrel{\text{def}}{=} \{0, 1, \dots, n-1\}$; здесь $\text{Diag}(\cdot)$ – диагонализующий оператор, который преобразует любую квадратную матрицу в диагональную, действуя по формуле

$$\text{Diag} A = \begin{pmatrix} a_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \forall A = (a_{ij}).$$

Отметим, что формулы (6) устанавливают однозначную связь между корреляционными характеристиками (3) процесса $\{y_j\}$ и матричными параметрами Φ , Q m -модели (5).

Суть предлагаемого фидуциального метода синтеза состоит в следующем. Исходные сложные гипотезы H_1 и H_0 о наличии или отсутствии сигнала $\{s_j\}$ в смеси $\{y_j = s_j + \xi_j\}$ параметризуются с помощью рекуррентной m -модели (5), т.е. записываются через значения ее параметров Φ и Q . При этом показано, что для рассматриваемой задачи параметр Φ можно классифицировать как информационный, а Q – как мешающий. Затем по наблюдаемой выборке смеси $y^N = [y_0, \dots, y_{N-1}]^T$ для m -модели (5) находятся достаточные статистики, используя фидуциальный статистический подход, строится инвариантное апостериорное (фидуциальное) распределение $p^*(Q|y^N)$ и с его помощью соответствующим усреднением исключается мешающий параметр Q . В результате исходные гипотезы упрощаются и превращаются в простые условные (апостериорные) гипотезы H'_1 и H'_0 , зависящие от выборки y^N . Это автоматически сужает класс допустимых решающих правил, делая его *адаптивным* и *инвариантным* относительно специальной группы преобразований масштаба, согласованной с базисом ВКФ. При этом все последующие статистические выводы, связанные с вычислением порогов обнаружения, вероятностей ошибочных решений и т.д., значительно упрощаются и тоже становятся условными. После этого к гипотезам H'_1 и H'_0 применяется фундаментальная лемма Неймана – Пирсона, что в конечном итоге приводит к инвариантному адаптивному алгоритму m -обнаружения. Ниже дается более подробное описание фидуциального метода синтеза на языке вероятностных распределений.

Из выражений (6), (3) следует, что гипотезы H_0 и H_1 для рассматриваемой задачи m -обнаружения могут быть представлены в виде

$$H_0 = \{\Phi = \Phi_0; Q \in \tilde{H}\} \quad H_1 = \{\Phi = \Phi_1; Q \in \tilde{H}\}. \quad (7)$$

Здесь \tilde{H} – подмножество всех невырожденных эрмитовых матриц вида $H = (H(i \theta j))$, где матрицы Φ_0 и Φ_1 однозначно определяются на основе имеющейся априорной информации по формулам

$$\Phi_0 = (B_{y_1}^{(m)})^H (B_{y_0}^{(m)})^{-1}, B_{y_0} \stackrel{\text{def}}{=} (r_{\xi}(j-i)),$$

$$B_{y_1} \stackrel{\text{def}}{=} (r_{\xi}(j-i+n-v)), i, j \in T_n, \quad (8)$$

$$\Phi_1 = (A_{y_1}^{(m)})^H (A_{y_0}^{(m)})^{-1}, A_{y_0} \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{r}_y(j-i)), i, j \in T_n,$$

$$A_{y_1} \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{r}_y(j-i+n-v)), \tilde{r}_y(\tau) \stackrel{\text{def}}{=} r_{\xi}(\tau) + h_0 r_s(\tau), \quad (9)$$

а матрица Q неизвестна.

Отметим, что после перехода в базис ВКФ и параметризации гипотез H_0 и H_1 с помощью выражений (7) – (9), они остаются сложными, так как зависят от мешающего параметра Q . Для построения оптимального решающего правила в этих условиях можно воспользоваться обобщенным критерием отношения правдоподобия [1, 2, 9]. Однако получаемый при этом алгоритм m -обнаружения оказывается малопродуктивным, поскольку теоретический расчет порогов обнаружения и таких важных характеристик решающего правила, как вероятность ложной тревоги и вероятность пропуска сигнала, сопряжен со значительными трудностями. Другой известный способ преодоления априорной неопределенности, основанный на байесовском подходе [7, 8], в данном случае вообще не применим, так как априорные вероятностные распределения параметров Φ и Q не определены.

В настоящей работе для решения задачи m -обнаружения предлагается использовать фидуциальный статистический подход, при котором класс допустимых решающих правил является адаптивным (зависящим от наблюдаемой выборки y^N) и ограничивается дополнительным свойством инвариантности относительно некоторой специальной группы преобразований выборочного пространства. Такой метод синтеза алгоритмов обнаружения является модификацией известного инвариантного статистического подхода [1], но в отличие от него дополнительно позволяет находить условные инвариантные распределения неизвестных параметров Φ , Q и всех достаточных статистик, описывающих решающее правило. Эти распределения затем эффективно используются для вычисления порогов обнаружения и показателей качества работы алгоритма.

Найдем достаточные статистики для параметров m -модели (5). Так как предполагается, что дискретный интервал наблюдения $T_N = \{0, 1, \dots, N-1\}$ содержит целое число $M = (N-n)/(n-v)$ подынтервалов Δ_k , то исходная комплексная выборка y^N преобразуется в совокупность комплексных векторов $y^M \stackrel{\text{def}}{=} (y_0, y_1, \dots, y_M)$, образующих выборочное пространство $y_0 = \{y^M\} = C^n \times C^{M+1}$ модели (5).

Пусть значение начального вектора y_0 известно, тогда с учетом (4) и свойства марковости, совместная плотность вероятностей выборки $y \stackrel{\text{def}}{=} (y_1, \dots, y_M)$ равна

$$p(y | \Phi, Q) = \prod_{k=1}^M p(y_k | y_{k-1}, \Phi, Q) =$$

$$= (\pi)^{-Mn} \det^{-M} Q \cdot \text{etr} \left\{ -Q^{-1} \sum_{k=1}^M (y_k - \Phi y_{k-1})(y_k - \Phi y_{k-1})^H \right\}, \quad (10)$$

где $\text{etr}(A) = \exp(\text{tr}A)$. При записи данного выражения использована известная модификация гауссовской меры для комплексных случайных векторов [10], а сама плотность определяется относительно лебеговской меры на унитарном пространстве $C^n \times C^M$, задаваемой дифференциалом $dy = dy_1, \dots, dy_M$, где $dy_k = d(\text{Re}y_k^{(0)})d(\text{Im}y_k^{(0)}), \dots, d(\text{Re}y_k^{(n-1)})d(\text{Im}y_k^{(n-1)})$.

В [11] показано, что после соответствующих преобразований выражение (10) приводится к виду

$$p(y | \Phi, Q) = (\pi)^{-Mn} \det^M Q \cdot \text{etr} \left\{ -Q^{-1} [\tilde{T} + M(\tilde{X} - \Phi)\tilde{U}(\tilde{X} - \Phi)^H] \right\}, \quad (11)$$

$$\tilde{U} = (1/M) \sum_{k=1}^M (y_{k-1} y_{k-1}^H)^{(m)}, \tilde{X} = (1/M) \sum_{k=1}^M (y_k y_{k-1}^H)^{(m)} \tilde{U}^{-1}, \quad (12)$$

где $\tilde{T} = \sum_{k=1}^M (y_k y_k^H)^{(m)} - M \tilde{X} \tilde{U} \tilde{X}^H$ комплексные блочно-циркулянтные матрицы. При этом тройка матриц $\tilde{Z} = (\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U})$ является минимальной достаточной статистикой для пары параметров $\theta = (\Phi, Q)$, а исходное выборочное пространство y_0 редуцируется в пространство минимальной достаточной статистики $\tilde{Z} = \{\tilde{z}\}$.

Определим афинную группу преобразований $\mathcal{G} = \{g = [D, C], D \in \mathcal{H}_0, C \in \mathcal{H}\}$ ($\mathcal{H}_0 \stackrel{\text{def}}{=} \{H = (H(i \theta))\}$) – множество всех комплексных блочно-циркулянтных матриц, согласованных с базисом (1); $\mathcal{H} \subset \mathcal{H}_0$ – подмножество невырожденных матриц), действующую на пространстве достаточной статистики \tilde{Z} по формулам

$$g(\tilde{X}) = C\tilde{X} + D \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{Y}, g(\tilde{T}) = C\tilde{T}C^H \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{T}, g(\tilde{U}) = \tilde{U}, \quad (13)$$

а на пространстве параметров $\Theta = \{\theta = (\Phi, Q)\}$ по формулам

$$g(\theta) = [D, C](\Phi, Q) = (C\Phi + D, CQC^H) \stackrel{\text{def}}{=} (\Phi_H, Q_H) \stackrel{\text{def}}{=} \theta_H,$$

$$\forall g \in \mathcal{G}. \quad (14)$$

Тогда соответствующая ей группа преобразований масштаба $\tilde{\mathcal{G}} = \{g = [C] \stackrel{\text{def}}{=} [0, C]\} \subset \mathcal{G}$ задается как сужение афинной группы \mathcal{G} при $D = 0$. В работах [11, 12] показано, что вероятностные распределения достаточных статистик (12) инвариантны относительно группы \mathcal{G} , а с помощью фидуциального статистического метода получено аналитическое выражение, описывающее фидуциальную плотность вероятностей

$$p(Q | y^M) = \gamma_0(n, M-1) \det^M Q \det^{M-1} Q \text{etr} \{ -(M-1)Q^{-1}Q \}. \quad (15)$$

Обозначим $\mathcal{F}(y^M) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{U}, \tilde{T})$, тогда из (11) видно, что при фиксированных значениях Q и $\mathcal{F}(y^M)$ статистика \tilde{X} является условно-достаточной для параметра Φ . Поэтому, если найдена условная плотность вероятностей $p(\tilde{X} | \Phi, Q, \mathcal{F}(y^M))$, то для отношения правдоподобия

$$l(y | Q) = \frac{p(y | H_1)}{p(y | H_0)} = \frac{p(y | \Phi = \Phi_1, Q)}{p(y | \Phi = \Phi_0, Q)}$$

должно выполняться равенство



$$l(y|Q) = \frac{p(\tilde{X} | \Phi = \Phi_1, Q, \mathcal{F}(y^M))}{p(\tilde{X} | \Phi = \Phi_0, Q, \mathcal{F}(y^M))} = l(\tilde{X} | Q, \mathcal{F}(y^M)). \quad (16)$$

Отметим, что выражение для плотности $p(\tilde{X} | \Phi, Q, \mathcal{F}(y^M)) = p(\tilde{X} | \Phi, Q, \tilde{U})$ было получено в [12] и имеет вид

$$p(\tilde{X} | \Phi, Q, \mathcal{F}(y^M)) = \left(\frac{Mn}{\pi}\right)^n \det \tilde{U} \det^{-1} Q \text{etr}\{-MQ^{-1}\tilde{U}(\tilde{X} - \Phi)(\tilde{X} - \Phi)^H\}. \quad (17)$$

Следующий шаг синтеза – исключение мешающего параметра Q и упрощение исходных гипотез H_0 и H_1 , состоит в усреднении плотности (17) по фидуциальному распределению $p(Q|y^M) = p(Q|\mathcal{F}(y^M))$

$$p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M)) = \int_{\tilde{H}} p(\tilde{X} | \Phi, Q, \mathcal{F}(y^M)) p(Q | \mathcal{F}(y^M)) dQ. \quad (18)$$

Полученная в результате этого плотность вероятностей $p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M))$ не зависит от Q и при соответствующих значениях Φ описывает функции правдоподобия для условных гипотез H'_0 и H'_1 . Эти гипотезы называются простыми, а их отношение правдоподобия

$$l(\tilde{X} | \mathcal{F}(y^M)) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{p(\tilde{X} | H'_1)}{p(\tilde{X} | H'_0)} = \frac{p(\tilde{X} | \Phi = \Phi_1, \mathcal{F}(y^M))}{p(\tilde{X} | \Phi = \Phi_0, \mathcal{F}(y^M))} \quad (19)$$

и является достаточной статистикой для задачи m -обнаружения.

Ниже будет показано, что плотность $p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M))$ инвариантна относительно группы преобразований масштаба \tilde{g}

$$p(g(\tilde{X}) | g(\Phi), g(\mathcal{F}(y^M))) dg(\tilde{X}) = p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M)) d\tilde{X}, \quad (20)$$

$\forall g \in \tilde{g}$.

Поэтому согласно (19) $l(g(\tilde{X}) | g(\mathcal{F}(y^M))) = l(\tilde{X} | \mathcal{F}(y^M))$, т.е. любое решающее правило $\delta: \tilde{z} \rightarrow \{d_0, d_1\}$ проверки гипотез H'_0 и H'_1 , построенное на пространстве $\tilde{Z} = \{\tilde{z} = (\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U})\}$ с использованием статистики $l(\tilde{X} | \mathcal{F}(y^M))$, является также инвариантным: $\delta(g(\tilde{z})) = \delta(\tilde{z}), \forall \tilde{z} \in \tilde{Z}, g \in \tilde{g}$.

Из приведенных рассуждений следует, что решение задачи инвариантного m -обнаружения может быть сведено к нахождению плотности вероятностей $p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M))$, а затем построению на основе достаточной статистики (19) оптимального инвариантного решающего правила $\delta(\tilde{z})$, разбивающего редуцированное выборочное пространство \tilde{Z} на две непересекающиеся области $\tilde{Z}^{(0)}$ и $\tilde{Z}^{(1)}$, $\tilde{Z}^{(0)} \cup \tilde{Z}^{(1)} = \tilde{Z}$. Если статистика \tilde{z} попала в область $\tilde{Z}^{(0)}$, то выносится решение d_0 о справедливости гипотезы H'_0 , а если в область $\tilde{Z}^{(1)}$, то решение d_1 – принять альтернативу H'_1 .

Поскольку при фидуциальном подходе преобразованные гипотезы H'_0 и H'_1 зависят от статистики $\mathcal{F}(y^M) = (\tilde{U}, \tilde{T})$, выберем в качестве критерия оптимальности условный критерий Неймана – Пирсона. Согласно данному критерию оптимальное инвариантное правило δ должно при заданном ограничении $\alpha' \leq \alpha_0$ на условную вероятность ошибки первого рода

$$\alpha' \stackrel{\text{def}}{=} P\{d_1 | H'_0\} = P\{\tilde{z} \in \tilde{Z}^{(1)} | H'_0\} \quad (21)$$

минимизировать условную вероятность ошибки второго рода

$$\beta' \stackrel{\text{def}}{=} P\{d_0 | H'_1\} = P\{\tilde{z} \in \tilde{Z}^{(0)} | H'_1\}. \quad (22)$$

Такое правило будем называть инвариантным наиболее мощным.

Отметим, что в силу известных свойств математического ожидания

$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} M[\alpha'] = P\{d_1 | H'_0\}, \beta \stackrel{\text{def}}{=} M[\beta'] = P\{d_0 | H'_1\},$$

где $\tilde{H}_0 = \{\Phi = \Phi_0\}$, $\tilde{H}_1 = \{\Phi = \Phi_1\}$, а усреднение $M[\cdot]$ производится по вероятностному распределению статистики $\mathcal{F}(y^M)$. Поэтому из неравенства $\alpha' \leq \alpha_0$ следует неравенство $\alpha \leq \alpha_0$, а инвариантное правило δ , минимизирующее условную вероятность (22), будет одновременно минимизировать и безусловную вероятность β , т.е. максимизирует мощность критерия $1 - \beta$.

Так как гипотезы H'_0 и H'_1 оказываются простыми, то по лемме Неймана – Пирсона [1] соответствующий оптимальный алгоритм m -обнаружения заключается в сравнении с порогом достаточной статистики

$$\mu(\tilde{z}) \stackrel{\text{def}}{=} f(l(y | \mathcal{F}(y^M))) \underset{d_0}{\overset{d_1}{>}} k_0, \quad (23)$$

где $f(\cdot)$ любая монотонно возрастающая вещественная функция. При этом порог k_0 определяется из граничного условия

$$P\{\mu(\tilde{z}) \geq k_0 | \Phi = \Phi_0, \mathcal{F}(y^M)\} = \alpha_0 \quad (24)$$

с использованием условной плотности вероятностей $p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M))$.

Синтез инвариантного решающего правила m -обнаружения

Следуя изложенной методике синтеза, сначала исключим мешающий параметр Q и перейдем к простым гипотезам H'_0 и H'_1 , которые описываются плотностями вероятностей $p(\tilde{X} | H'_1)$, $p(\tilde{X} | H'_0)$ и отношением правдоподобия (19). Как уже отмечалось, для этого достаточно воспользоваться формулой (18), подставив в нее выражения (15), (17) и вычислив интеграл, найти условную плотность вероятностей $p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M))$.

Реализуя указанные действия, получаем

$$\begin{aligned} p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M)) &= \gamma_0(n, M-1) \left(\frac{Mn}{\pi}\right)^n \det \tilde{U} \det^{M-1} Q \int_{\tilde{H}} \det^{-(M+1)} Q \times \\ &\times \text{etr}\{-MQ^{-1}Q_1\} dQ = \frac{\gamma_0(n, M-1)}{\gamma_0(n, M)} \left(\frac{Mn}{\pi}\right)^n \det \tilde{U} \det^{M-1} Q \times \\ &\times \det^{-M} Q_1 \int_{\tilde{H}} \gamma_0(n, M) \det^{-(M+1)} Q \det^M Q_1 \text{etr}\{-MQ^{-1}Q_1\} dQ = \\ &= \frac{\gamma_0(n, M-1)}{\gamma_0(n, M)} M^{nM} \left(\frac{Mn}{\pi}\right)^n \det \tilde{U} \det^{-1} Q \det^{-M}(MQ_1^{-1}), \end{aligned} \quad (25)$$

где $Q_1 = (1/M)[(M-1)Q + M\tilde{U}(\tilde{X} - \Phi)(\tilde{X} - \Phi)^H]$, а равенство интеграла единице следует из того, что подынтегральное выражение имеет смысл плотности вероятностей и совпадает с (15), если заменить $M-1$ на M , Q на Q_1 . Если подставить выражения для γ_0 и Q_1 в (25), то после преобразований окончательно получим

$$p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M)) = \frac{(Mn)^n \det \tilde{U} \det^{-1} Q \det^{-M} [I_n + \frac{M}{M-1} Q^{-1} \tilde{U} (\tilde{X} - \Phi)(\tilde{X} - \Phi)^H]}{M-1} \quad (26)$$

Данное выражение представляет матричный аналог распределения Стюдента на унитарном пространстве комплексных блочно-циркулянтных матриц H_0 . Так как модуль якобиана преобразования $g = [C] \in \tilde{G}$ равен

$$J_g = \frac{dg(\tilde{X})}{d(\tilde{X})} = \frac{d\text{Re}(C\tilde{X})d\text{Im}(C\tilde{X})}{d\text{Re}(\tilde{X})d\text{Im}(\tilde{X})} = |\det C|^2,$$

то из (26), (13), (14) следует равенство (20), а значит, и инвариантность решающего правила, построенного на основе статистики (19).

Запишем плотность вероятностей (26) в новой системе координат, применив к \tilde{X} линейное каноническое преобразование $w_0: \tilde{X} \rightarrow \tilde{X}_* = W^H \tilde{X} W$. В [12] показано, что якобиан такого преобразования равен $J_{w_0} = n^n$, поэтому, учитывая известные правила преобразования плотностей, имеем:

$$p(\tilde{X}_* | \Phi_*, \mathcal{F}(y^M)) = p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M)) |J_{w_0}|^{-1} = \quad (27)$$

$$(M/\pi)^n \det \tilde{U}_* \det^{-1} Q_* \times \det^{-M} [I_n + \frac{M}{M-1} Q_*^{-1} \tilde{U}_* (\tilde{X}_* - \Phi_*)(\tilde{X}_* - \Phi_*)^H] =$$

$$= \prod_{l=1}^{n-1} p(x_{*l} | \varphi_{*l}, \mathcal{F}(y^M)),$$

$$p(x_{*l} | \varphi_{*l}, \mathcal{F}(y^M)) = (Mu_{*l}/\pi q_{*l}) \left[1 + \frac{Mu_{*l}}{(M-1)q_{*l}} |x_{*l} - \varphi_{*l}|^2 \right]^{-M}, \quad (28)$$

где скалярные величины, помеченные внизу символом *, являются собственными числами соответствующих блочно-циркулянтных матриц.

Плотность вероятностей (28) описывает модификацию одномерного распределения Стюдента для комплексных случайных величин и определяется относительно лебеговской меры в \mathbb{C} , задаваемой дифференциалом $dx_{*l} \stackrel{\text{def}}{=} d(\text{Re}x_{*l})d(\text{Im}x_{*l})$. Причем из представления (27) следует, что случайные величины x_{*l} , $l=0, \dots, n-1$ условно-независимы. Обозначим

$$\vec{x}^*(l) \stackrel{\text{def}}{=} [\text{Re}x_{*l}, \text{Im}x_{*l}]^T, \quad \vec{\varphi}^*(l) \stackrel{\text{def}}{=} [\text{Re}\varphi_{*l}, \text{Im}\varphi_{*l}]^T, \quad (29)$$

$$B_l \stackrel{\text{def}}{=} (2Mu_{*l}/q_{*l})I_2,$$

(I_2 – единичная 2×2 -матрица) и запишем плотность вероятностей (28) в декартовой системе координат на вещественной плоскости R^2 , применив к x_{*l} линейное преобразование $ix_{*l} \rightarrow \vec{x}^*(l)$ с якобианом

$$J_v = d\vec{x}^*(l)/dx_{*l} = 1: p(\vec{x}^*(l) | \vec{\varphi}^*(l), \mathcal{F}(y^M)) =$$

$$\left(\frac{M}{2\pi}\right) \det^2 B_l \left[1 + \frac{1}{2M-2} (\vec{x}^*(l) - \vec{\varphi}^*(l))^T B_l (\vec{x}^*(l) - \vec{\varphi}^*(l)) \right]^{-M}. \quad (30)$$

Выражение (30) описывает двухмерный закон Стюдента $(2M-1)$ степенями свободы, вектором сдвига $\vec{\varphi}^*(l)$ и матрицей точности B_l [14]. Поэтому при $M > 2$ у случайного вектора $\vec{x}^*(l)$ существуют условные математическое ожидание и ковариационная матрица:

$$M[\vec{x}^*(l) | \vec{\varphi}^*(l), \mathcal{F}(y^M)] = \vec{\varphi}^*(l), \quad \text{Var}[\vec{x}^*(l) | \vec{\varphi}^*(l), \mathcal{F}(y^M)] =$$

$$= \frac{M-1}{M-2} B_l^{-1} = \check{\lambda}_l I_2 \stackrel{\text{def}}{=} \check{\Lambda}_l, \quad (31)$$

$$\check{\lambda}_l \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(M-1)q_{*l}}{2M(M-2)u_{*l}} = \frac{t_{*l}}{2M(M-2)u_{*l}},$$

где $t_{*l}, u_{*l} > 0$, $l=0, \dots, n-1$ – собственные числа эрмитовых матриц $\tilde{T}, \tilde{U} \in H$. С учетом (31) аналогичные моментные характеристики комплексной случайной величины x_{*l}

$$M[x_{*l} | \varphi_{*l}, \mathcal{F}(y^M)] = \varphi_{*l}, \quad \check{\lambda}_l \stackrel{\text{def}}{=} M[|x_{*l} - \varphi_{*l}|^2 | \varphi_{*l}, \mathcal{F}(y^M)] = 2\check{\lambda}_l. \quad (32)$$

При $M > 30$ распределение Стюдента (30) хорошо аппроксимируется гауссовским законом с параметрами $(\vec{\varphi}^*(l), \check{\Lambda}_l)$ [13], т.е.

$$p(\vec{x}^*(l) | \vec{\varphi}^*(l), \mathcal{F}(y^M)) \cong$$

$$\cong (2\pi)^{-1} \det^2 \check{\Lambda}_l \exp\left\{-\frac{1}{2} (\vec{x}^*(l) - \vec{\varphi}^*(l))^T \check{\Lambda}_l (\vec{x}^*(l) - \vec{\varphi}^*(l))\right\}. \quad (33)$$

Поэтому в комплексной плоскости \mathbb{C} для плотности вероятностей (28) справедлива следующая гауссовская аппроксимация:

$$p(x_{*l} | \varphi_{*l}, \mathcal{F}(y^M)) \cong (1/\pi \check{\lambda}_l) \exp\{-\check{\lambda}_l^{-1} |x_{*l} - \varphi_{*l}|^2\}. \quad (34)$$

Если в правую часть равенства (27) подставить (34), а затем с помощью обратного канонического преобразования $w_0^{-1}: \tilde{X}_* \rightarrow W\tilde{X}_*W^H = \tilde{X}$ вернуться к старой системе координат, то после преобразований получим

$$p(\tilde{X} | \Phi, \mathcal{F}(y^M)) = (n/\pi)^n \det^{-1} \check{\Lambda} \text{etr}\{-\check{\Lambda}^{-1}(\tilde{X} - \Phi)(\tilde{X} - \Phi)^H\} \quad (35)$$

$$\check{\Lambda} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{M} \check{Q} \tilde{U}^{-1} = W \check{\Lambda}_* W^H, \quad \check{Q} = \frac{1}{M-2} \tilde{T}, \quad \check{\Lambda}_* = \text{diag}\{\check{\lambda}_{*0}, \dots, \check{\lambda}_{*n-1}\}.$$

Выражение (35) при $M > 30$ является хорошим гауссовским приближением многомерной плотности (26).

Вернемся к исходной задаче m -обнаружения. Воспользовавшись аппроксимацией (35) и каноническим представлением матриц $H \in H_0$: $H_* = W^H H W$, найдем логарифм отношения правдоподобия (19):

$$\ln(l(y | \mathcal{F}(y^M))) \cong \text{tr}\{\check{\Lambda}^{-1}[(\tilde{X} - \Phi_0)(\tilde{X} - \Phi_0)^H - (\tilde{X} - \Phi_1)(\tilde{X} - \Phi_1)^H]\} =$$

$$= \text{tr}\{\check{\Lambda}_*^{-1}[2\text{Re}\{(\Phi_{*1} - \Phi_{*0})\tilde{X}_*^H\} + \Phi_{*0}\Phi_{*0}^H + \Phi_{*1}\Phi_{*1}^H]\}.$$



Отсюда следует, что достаточной статистикой является функция $\mu(\tilde{z}) = \text{tr}\{\tilde{\Lambda}_*^{-1} \text{Re}[(\Phi_{*1} - \Phi_{*0})\tilde{X}^H]\}$, а соответствующее оптимальное инвариантное решающее правило (23) после преобразований принимает вид:

$$\mu(\tilde{z}) = \text{tr}\{\tilde{\Lambda}_*^{-1} \text{Re}[(\Phi_{*1} - \Phi_{*0})\tilde{X}^H]\} = \sum_{l=0}^{n-1} \lambda_{*l}^{-1} \text{Re}[(\varphi_{*1l} - \varphi_{*0l})\tilde{x}_{*l}] \stackrel{d_1}{>} \stackrel{d_0}{<} k_0, \quad (36)$$

где $x_{*l}, \varphi_{*1l}, \varphi_{*0l} \in \mathbb{C}, l=0, \dots, n-1$ собственные числа матриц $\tilde{X}, \tilde{\Phi}_1, \tilde{\Phi}_0$.

Прежде чем вычислять значение порога k_0 , найдем общие выражения для вероятностей ошибок первого и второго рода. С учетом (21), (22) имеем

$$\alpha' = \int_{k_0}^{\infty} p(\mu(\tilde{z}) | H'_0) d\mu(\tilde{z}), \quad \beta' = \int_{-\infty}^{k_0} p(\mu(\tilde{z}) | H'_1) d\mu(\tilde{z}), \quad (37)$$

где $p(\mu(\tilde{z}) | H'_j) = p(\mu(\tilde{z}) | \Phi = \tilde{\Phi}_j, \mathcal{F}(y^M))$ – условная плотность вероятностей статистики $\mu(\tilde{z})$ при гипотезе H'_j ($j=0, 1$). Так как согласно (36) и (34) $\mu(\tilde{z})$ является линейной комбинацией комплексных условно-гауссовских случайных величин x_{*l} , то плотность $p(\mu(\tilde{z}) | H'_j)$ описывается нормальным законом распределения $N(m_{\mu|H'_j}; D_{\mu})$ с параметрами

$$m_{\mu|H'_j} \stackrel{\text{def}}{=} M[\mu | H'_j] = \sum_{l=0}^{n-1} \lambda_{*l}^{-1} \text{Re}[(\varphi_{*1l} - \varphi_{*0l})\tilde{\varphi}_{*jl}]$$

$$D_{\mu} \stackrel{\text{def}}{=} M[(\mu - m_{\mu|H'_j})^2 | H'_j] = (1/2) \sum_{l=0}^{n-1} \lambda_{*l}^{-1} |\varphi_{*1l} - \varphi_{*0l}|^2, \quad (38)$$

а ошибки (37) могут быть представлены в виде

$$\alpha' = 1 - F\left(\frac{k_0 - m_{\mu|H'_0}}{\sqrt{D_{\mu}}}\right), \quad \beta' = F\left(\frac{k_0 - m_{\mu|H'_1}}{\sqrt{D_{\mu}}}\right), \quad (39)$$

где $F(z) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^z \exp(-x^2/2) dx$ – интеграл Лапласа.

Учитывая (24) и (39), для наиболее мощного решающего правила порог обнаружения k_0 и соответствующая условная вероятность правильного обнаружения $D' = 1 - \beta'$ равны:

$$k_0 = x_{\gamma_0}^* \sqrt{D_{\mu}} + m_{\mu|H'_0}, \quad D' = 1 - F(x_{\gamma_0}^* - (m_{\mu|H'_1} - m_{\mu|H'_0}) / \sqrt{D_{\mu}}), \quad (40)$$

где $\gamma_0 = 1 - \alpha_0$, $x_{\gamma_0}^* - \gamma_0$ – квантиль нормального распределения.

Быстрая рекуррентная вычислительная реализация алгоритма m -обнаружения

Полученная оптимальная процедура m -обнаружения включает в себя следующие операции: вычисление матричных статистик $\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U}$ и их собственных чисел $x_{*l}, t_{*l}, u_{*l}, l=0, 1, \dots, n-1$, расчет значений достаточных статистик, входящих в решающее правило, и сравнение их с порогом. Причем основная доля ма-

шинных затрат приходится на вычисление блочно-циркулярных матриц $\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U}$, так как их непосредственный расчет по формулам (12) требует значительного объема оперативной памяти и выполнения большого числа арифметических операций.

Этот недостаток можно преодолеть, если перейти к рекуррентной организации вычислительного процесса. Кроме того, если вычисление статистик $\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U}$ перенести в спектральную область базиса ВКФ, применив к векторам $y_k, k=0, 1, \dots, M$ алгоритм быстрого преобразования Вилленкена – Крестенсона (БПВК) [3], то при реализации рекуррентной вычислительной процедуры можно использовать дополнительные преимущества, связанные с диагонализацией блочно-циркулярных матриц, что позволяет уменьшить количество вычислительных операций.

Эти идеи уже были использованы в [15, 12] при разработке быстрых алгоритмов оценивания параметров марковской m -модели. Для рассматриваемой комплексной m -модели (5) быстрый алгоритм вычисления диагональных статистик $\tilde{X}_*, \tilde{T}_*, \tilde{U}_*$ практически ничем не отличается от аналогичного алгоритма, полученного в [12]. Поэтому приведем только конечный результат, снабдив его необходимыми комментариями:

$$\underline{U}_{*k+1} = \underline{U}_{*k} + \text{Diag}(y_{*k} y_{*k}^T), \quad \tilde{V}_{*k} = \underline{U}_{*k+1}^{-1} = \underline{U}_{*k}^{-1} - \underline{U}_{*k}^{-1} y_{*k} y_{*k}^T \underline{U}_{*k}^{-1}, \quad k=1, 2, \dots, M$$

$$\tilde{X}_{*k+1} = \tilde{V}_{*k} [\tilde{X}_{*k} + \text{Diag}(y_{*k+1} y_{*k+1}^T) \underline{U}_{*k}^{-1}], \quad \tilde{X}_{*1} \stackrel{\text{def}}{=} \text{Diag}(y_{*1} y_{*1}^T) \underline{U}_{*1}^{-1},$$

$$\tilde{T}_{*k+1} = \tilde{T}_{*k} + \tilde{V}_{*k} \text{Diag}[(y_{*k+1} - \tilde{X}_{*k} y_{*k})(y_{*k+1} - \tilde{X}_{*k} y_{*k})^T], \quad (41)$$

$$\underline{U}_{*1} \stackrel{\text{def}}{=} \text{Diag}(y_{*0} y_{*0}^T), \quad \tilde{T}_{*k} \stackrel{\text{def}}{=} \text{Diag}[(y_{*1} - \tilde{X}_{*1} y_{*0})(y_{*1} - \tilde{X}_{*1} y_{*0})^T],$$

$$\tilde{X}_{*M} \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{X}_{*M}, \quad \tilde{T}_{*M} \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{T}_{*M}, \quad \underline{U}_{*M} \stackrel{\text{def}}{=} (1/M) \text{Diag} \underline{U}_{*M}.$$

Здесь $\text{Diag } A$ – диагонализующий матричный оператор; $y_{*k} = W^T y_k$ имеет смысл мгновенного спектра векторного сигнала y_k в базисе функций Вилленкена – Крестенсона. Формирование диагональных статистик $\tilde{X}_*, \tilde{T}_*, \tilde{U}_*$ завершается на последнем шаге $k=M$ после учета всей поступившей информации $y^M = (y_0, \dots, y_M) \in y_0$. Поскольку векторы y_0, \dots, y_M формируются из исходной скалярной выборки сигнала $y^N = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$ путем ее разбиения на блоки (кадры), то полученный алгоритм (41) имеет блочно-рекуррентную структуру. В вычислительном отношении он более эффективен, чем нереккуррентный алгоритм (12). Так, если воспользоваться методикой [16, с.170] и вычислительную эффективность оценивать количеством операций умножения l_0 , затрачиваемых на нахождение собственных чисел матриц $\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U}$, входящих в решающее правило (36), то при реализации в базисе Уолша и параметрах m -модели $N=n(n+1), M=n, v=0$ у рекуррентного алгоритма величина l_0 растет пропорционально n^2 , а у нереккуррентного – пропорционально n^3 .

На рис. 1 приведена структурная схема полученного инвариантного алгоритма m -обнаружения, построенная с учетом быстрой блочно-рекуррентной вычислительной реализации (41). С выхода прием-

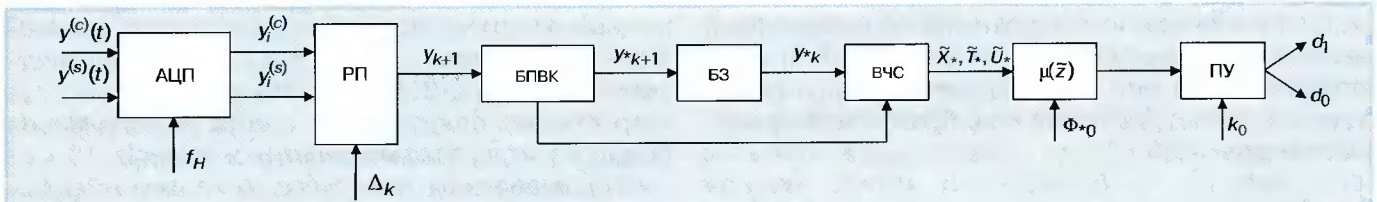


Рис. 1. Структурная схема инвариантного алгоритма m -обнаружения

ника на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП) по двум квадратурным каналам поступают два сопряженных по Гильберту непрерывных сигнала $y^{(c)}(t)$ и $y^{(s)}(t)$, которые затем в виде числовых отсчетов $\{y_i^{(c)}\}$ и $\{y_i^{(s)}\}$ ($y_i = y^{(c)}(t) + jy^{(s)}(t)$) с тактовой частотой Найквиста $f_H = 1/2T$ подаются на регистр памяти (РП), содержащий $2n$ ячеек. На параллельном выходе РП, в соответствии с принятым способом разбиения на кадры (4), формируется комплексный векторный сигнал y_{k+1} , который затем через блок быстрого преобразования Виленкина – Крестенсона (БПВК) в виде мгновенного спектра $y_{k+1}^* = W^T y_{k+1}$ подается на рекуррентный вычислитель собственных чисел (ВЧ) матричных статистик $\tilde{X}, \tilde{T}, \tilde{U}$. Туда же с выхода блока задержки (БЗ) поступает задержанный на такт мгновенный спектр y_k^* . Блок ВЧ работает по формулам (41) и формирует на выходе диагональные матрицы $\tilde{X}_*, \tilde{T}_*, \tilde{U}_*$, которые затем подаются на блок вычисления достаточной статистики $\mu(\tilde{z})$ и формирователь порога (ФП). Сюда же в виде диагональных матриц Φ_0^*, Φ_1^* поступают опорные значения собственных чисел матриц Φ_0, Φ_1 , рассчитанные по формулам (8), (9). Статистика $\mu(\tilde{z})$ вычисляется по формуле (36), а ее значение подается на пороговое устройство (ПУ), где производится сравнение с порогом k_0 и выносятся d_1 или d_0 . Величина порога k_0 зависит от статистики $(\tilde{T}_*, \tilde{U}_*)$ и рассчитывается в блоке ФП по формулам (40), (38).

Анализ полученных результатов

Сравним построенный алгоритм m -обнаружения с известным алгоритмом обнаружения гауссовских сигналов [9] в бесконечномерном базисе по сложности вычислительной реализации. Пусть заданы корреляционные функции (2) комплексного сигнала $\{s_j\}$ и помехи $\{\xi_j\}$ и получена дискретная выборка $\vec{y} \stackrel{\text{def}}{=} y^N$ их аддитивной смеси $\{y_j\}$. Тогда согласно [9, с. 133] достаточная статистика для задачи обнаружения $q(\vec{y})$ и соответствующее решающее правило имеют вид

$$q(\vec{y}) = -\vec{y}^T (R_s + R_\xi)^{-1} \vec{y} + \vec{y}^T R_\xi^{-1} \vec{y} = \vec{y}^T R_\xi^{-1} \vec{s}, \quad \vec{s} = A_\phi \vec{y}, \quad (42)$$

$$q(\vec{y}) = \vec{y}^T S \vec{y} = \vec{y}^T R_\xi^{-1} A_\phi \vec{y} \begin{cases} > c, \\ < c, \\ > c, \end{cases} \quad (43)$$

где $R_s = (R_s(i, j))$, $R_\xi = (R_\xi(i, j))$, $i, j \in T_N$ – ковариационные матрицы комплексных гауссовских процессов $\{s_j\}$, $\{\xi_j\}$ размерности $N \times N$; $\vec{s} = M[\vec{s} | \vec{y}]$ – оптимальная оценка векторного сигнала $\vec{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$ формируемая линейным Винеровским фильтром с матри-

цей $A_\phi = R_s (R_s + R_\xi)^{-1}$. При этом матрица $S = R_\xi^{-1} A_\phi$ может быть вычислена заранее до начала обнаружения, а порог c определяется по критерию Неймана – Пирсона из граничного условия

$$P\{d_1 | H_0\} = \int_c^\infty p(q | H_0) dq = \alpha_0.$$

Отметим, что при произвольных R_s и R_ξ найти вероятностное распределение $p(q | H_0)$ и аналитически рассчитать порог c часто не представляется возможным из-за необходимости решения сложных трансцендентных уравнений [17]. В то же время для алгоритма m -обнаружения (36) соответствующий оптимальный порог k_0 может быть всегда теоретически вычислен по формуле (40). С точки зрения вычислительной реализации алгоритм (43) является не рекуррентным и требует значительной оперативной памяти. Причем при $N = n(n+1)$ ($v=0, M=n$) общее количество операций умножения, связанных с выполнением процедуры обнаружения, растет пропорционально $l_1 = N(N+1) = n^4 + 2n^3 + 2n^2 + n$, что существенно больше аналогичной величины $l_0 = n^2$ для алгоритма m -обнаружения (36), реализованного в базисе Уолша.

Таким образом, в общем случае синтез оптимальных алгоритмов обнаружения в базисе функций Виленкина – Крестенсона приводит к гораздо более эффективным вычислительным процедурам, как по количеству арифметических операций, так и по объему требуемой оперативной памяти.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий применение полученных результатов при обнаружении комплексного федингующего радиосигнала. Пусть с выхода радиоприемного устройства по двум квадратурным каналам поступают дискретизированные по времени случайные процессы $\{y_i^{(c)}\}$ и $\{y_i^{(s)}\}$, каждый из которых представляет аддитивную смесь квазидетерминированного сигнала со случайными фазой ϕ и амплитудой a

$$y_i^{(c)} = s_i^{(c)} + \xi_i^{(c)}, \quad y_i^{(s)} = s_i^{(s)} + \xi_i^{(s)}, \quad \xi_i^{(s)}, \xi_i^{(c)} \sim N(0, b), \quad (44)$$

$$s_i^{(c)} = a \cos(\omega_0 t_i - \phi), \quad s_i^{(s)} = a \sin(\omega_0 t_i - \phi),$$

где $t_i = T_i$, $i=0, 1, \dots$. Причем амплитуда распределена по закону Рэлея $p(a) = (a/g) \exp(-a^2/2g)$, $a \geq 0$, фаза по равномерному закону $p(\phi) = 1/2\pi$, $\phi \in [0, 2\pi]$, а случайные величины ϕ и a статистически независимы. Известно [8, 18], что в этом случае все процессы, входящие в (44), стационарны и имеют корреляционные функции: $R_s^{(c)}(\tau) = g \cos \omega_0 T \tau$, $R_s^{(s)}(\tau) = g \sin \omega_0 T \tau$, $R_\xi^{(c)}(\tau) = R_\xi^{(s)}(\tau) = b \delta(\tau)$, $\tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Переходя в



комплексную область, модель наблюдения (44) представляется в следующем эквивалентном виде $y_i = s_i + \xi_i$, $\xi_i \sim N(0, 2b)$, где величины $y_i \stackrel{\text{def}}{=} y_i^{(c)} + \gamma y_i^{(s)}$, $s_i \stackrel{\text{def}}{=} s_i^{(c)} + \gamma s_i^{(s)} = \theta e^{\gamma \omega_0 T i}$, $\xi_i \stackrel{\text{def}}{=} \xi_i^{(c)} + \gamma \xi_i^{(s)}$ описывают аналитические случайные процессы с корреляционными функциями

$$R_s(\tau) = M[s_i \bar{s}_{i+\tau}] = D_s e^{\gamma \omega_0 T \tau}, \quad R_\xi(\tau) = M[\xi_i \bar{\xi}_{i+\tau}] = D_\xi \delta(\tau), \quad (45)$$

$$R_y(\tau) = R_s(\tau) + R_\xi(\tau), \quad D_s = 2g, \quad D_\xi = 2b, \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

где $\gamma = \sqrt{-1}$; $\theta \stackrel{\text{def}}{=} a \cos \varphi + \gamma s \sin \varphi = a e^{j\varphi}$ – комплексный параметр, характеризующий амплитудно-фазовые замирания сигнала и распределенный по гауссовскому закону $p(\theta) = N(0, D_s)$.

Решим сначала задачу оптимального обнаружения сигнала $\{s_i\}$ в бесконечном базисе. Пусть получена выборка $\vec{y} = [y_0, \dots, y_{N-1}]^T$, тогда ее совместные плотности вероятностей $p(\vec{y} | H_j)$ при гипотезах $H_0 = \{y_i = \xi_i\}$ и $H_1 = \{y_i = s_i + \xi_i\}$ описываются выражениями

$$p(\vec{y} | H_0) = \prod_{i=0}^{N-1} p(y_i | H_0) = (\pi D_\xi)^{-N} \exp\left\{-\frac{1}{D_\xi} \sum_{i=0}^{N-1} |y_i|^2\right\}, \quad (46)$$

$$p(\vec{y} | H_1) = \int p(\vec{y} | \theta, H_1) p(\theta) d\theta = \int \left[\prod_{i=0}^{N-1} p(y_i | \theta, H_1) \right] p(\theta) d\theta, \quad (47)$$

$$\text{где } p(y_i | \theta, H_1) = (\pi D_\xi)^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{D_\xi} |y_i - \theta e^{\gamma \omega_0 T i}|^2\right\},$$

$$p(\theta) = (\pi D_s)^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{D_s} |\theta|^2\right\}.$$

Подставляя эти плотности в (47), после вычисления интеграла и соответствующих преобразований получим

$$p(y_i | \theta, H_1) = (\pi D_\xi)^{-N} \frac{D_\xi}{ND_s + D_\xi} \exp\left\{-\frac{N^2 D_s}{D_\xi (ND_s + D_\xi)} |z|^2 - \frac{1}{D_\xi} \sum_{i=0}^{N-1} |y_i|^2\right\} = \pi^{-N} \det^{-1} R_y \exp\left\{-\vec{y}^T R_y^{-1} \vec{y}\right\}, \quad (48)$$

где $z = z(\vec{y}) \stackrel{\text{def}}{=} (1/N) \sum_{i=0}^{N-1} y_i e^{-\gamma \omega_0 T i} \in \mathbb{C}$ – комплексная статистика, представляющая дискретный аналог корреляционного интеграла; $R_y = M[\vec{y} \vec{y}^T | H_1] = (R_y(l-k))$ – ковариационная матрица размерности $N \times N$, определяемая на основе формул (45). Таким образом, несмотря на квазидетерминированный (сингулярный) характер сигнала $\{s_i\}$, аддитивная смесь $\{y_i\}$ является регулярным стационарным случайным процессом с гауссовской совместной плотностью вероятностей (48).

Учитывая (46), (48), получаем две эквивалентные записи для отношения правдоподобия $l(\vec{y}) = p(\vec{y} | H_1) / p(\vec{y} | H_0)$

$$l(y) = \frac{D_\xi}{ND_s + D_\xi} \exp\left\{-\frac{N^2 D_s}{D_\xi (ND_s + D_\xi)} |z|^2\right\} = D_\xi^N \det^{-1} R_y \exp[q(\vec{y})], \quad (49)$$

где $q(\vec{y})$ определяется выражением (42). Из соотношений (49) следует, что задача обнаружения комплексного квазидетерминированного сигнала $\{s_i\}$ на фоне белой гауссовской помехи $\{\xi_i\}$ является част-

ным случаем более общей задачи обнаружения гауссовских процессов. При этом специальный вид корреляционных функций (45) позволяет значительно упростить выражение $q(\vec{y})$ и перейти к комплексной гауссовской достаточной статистике $z(\vec{y})$, для которой легко находятся плотности вероятностей $p(z | H_j)$:

$$p(z | H_j) = \int p(z | \theta, H_j) p(\theta) d\theta = \frac{N}{\pi (ND_s + D_\xi)} \exp\left\{-\frac{N}{ND_s + D_\xi} |z|^2\right\}, \quad (50)$$

$$p(z | H_j) = (n/\pi D_\xi) \exp\left\{-(n/D_\xi) |z|^2\right\}.$$

Из (50) следует, что квадрат модуля $t \stackrel{\text{def}}{=} |Nz|^2$ при любой гипотезе H_j ($j=0, 1$) подчиняется экспоненциальному закону $p(t | H_j) = \lambda_j \exp(-\lambda_j t)$, где $\lambda = D_\xi^{-1}$, $\lambda_1 = (D_s + D_\xi)^{-1}$, а оптимальное по критерию Неймана – Пирсона решающее правило имеет вид

$$t = \left| \sum_{i=0}^{N-1} y_i e^{-\gamma \omega_0 T i} \right|^2 \begin{matrix} d_1 > \\ d_0 < \end{matrix} q_0, \quad q_0 = D_\xi \ln(1/\alpha_0), \quad (51)$$

где порог q_0 обеспечивает заданную вероятность ложной тревоги $\alpha_0 = \int_{q_0}^{\infty} p(t | H_0) dt$. Вероятность правильного обнаружения

$$D \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \beta = \int_{q_0}^{\infty} p(t | H_1) dt = \alpha_0^{(1 + ND_s/D_\xi)^{-1}} = \alpha_0^{1/(1+h)}, \quad (52)$$

где $h = ND_s/D_\xi = Nh_0$ имеет смысл отношения сигнал/шум по мощности на выходе дискретного коррелятора, вычисляющего комплексную статистику

$$Nz = \sum_{i=0}^{N-1} y_i e^{-\gamma \omega_0 T i}.$$

Решение этой же задачи в конечномерных базисах ВКФ было получено выше (см. §§ 1 – 3). Для этого нужно сначала задать параметры базиса ВКФ m , p_1 , $n = m^{p_1}$ и разбить выборку $\vec{y} = [y_0, \dots, y_{N-1}]^T$ на блоки (векторы) y_k , $k=0, 1, \dots, M$ (4) в соответствии с принятой системой временных интервалов τ . Затем, используя корреляционные функции (45), по формулам (8), (9) рассчитываются матрицы Φ_0 , Φ_1 и находятся их спектры $\Phi_{*0} = W^T \Phi_0 W$, $\Phi_{*1} = W^T \Phi_1 W$. После этого на основе блочно-рекуррентного алгоритма (41) вычисляются диагональные статистики \tilde{X}_* , \tilde{T}_* , \tilde{U}_* и результаты подставляются в решающее правило (36), где порог k_0 и параметры $\lambda_{*1} = 2\lambda_1$ рассчитываются по формулам (40), (31). Полученный алгоритм m -обнаружения квазидетерминированного сигнала моделировался на ЭВМ при следующих условиях: $D_\xi = 1$, $f_0 = 40$, $T = 1/4 f_0$, $n = m^{p_1}$, $v = n - 1$, $M = 64$, $N = (n - v)M + n$, $\alpha_0 = 10^{-3}$. Исследования проводились для трех типов базисов Виленкена – Крестенсона с параметрами: $m = n = 9$ (базис ДЭФ); $m = 2$, $p_1 = 3$, $n = 8$ (базис Уолша) и $m = 3$, $p_1 = 2$, $n = 9$. Чтобы в процессе статистического эксперимента построить характеристики m -обнаружения и корректно сопоставить их с аналогичными характеристиками обнаружения в бесконечном базисе, дисперсия

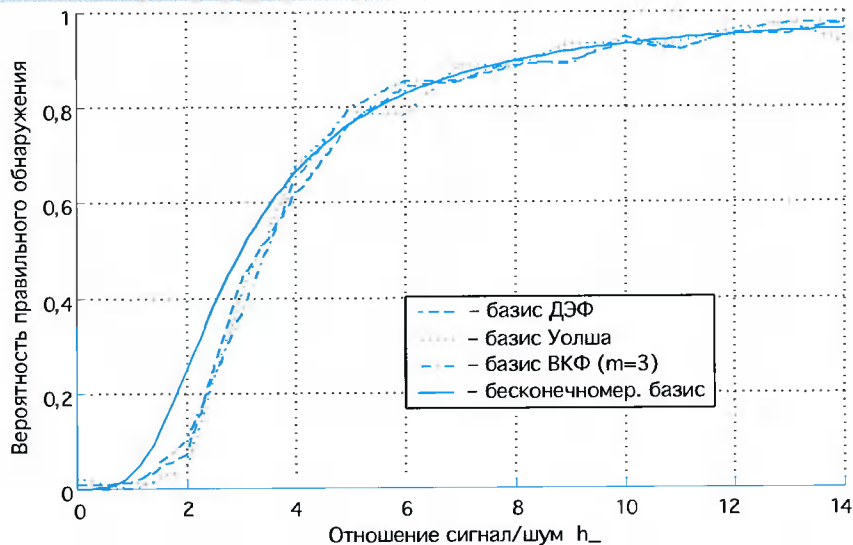


Рис. 2. Характеристики обнаружения квазидетерминированного сигнала в различных базисах представления

сигнала D_s изменялась следующим образом: $D_s = D_\xi h_-^2 / N$, $h_- = 0, 1, 2, \dots, 14$, где $h_- = \sqrt{h}$ – отношение сигнал/шум по напряжению на выходе оптимального обнаружителя (51). Вероятность правильного m -обнаружения рассчитывалась как отношение $D_0 = I_0 / L$ числа превышений порога I_0 к общему числу реализаций в эксперименте $L = 1000$.

На рис. 2 представлены экспериментально полученные m -обнаружения $D_0^{(h_-)}$ для трех указанных типов базисов ($I=1$ – базис ДЭФ; $I=2$ – базис Уолша; $I=3$ – базис ВКФ с $m=3$) и теоретическая характеристика $D(h_-)$ для алгоритма (51), рассчитанная по формуле (52). Из сопоставления кривых следует, что выбор основания m -базисной системы ВКФ мало влияет на качество обнаружения (в то же время он играет большую роль при вычислительной реализации алгоритмов обнаружения, синтезированных в конечномерных базисах ВКФ и бесконечномерном базисе, вероятностные характеристики очень близки друг другу, т.е. проигрыш в эффективности обнаружения, связанный с переходом к конечномерным базисам оказывается весьма незначительным. Начальный участок кривых $D_0^{(h_-)}$ при $0 < h < 3$ соответствует процессу адаптации алгоритма по мешающему параметру Q .

Литература

1. Леман Е. Проверка статистических гипотез. – М.: Наука, 1971.
2. Кендалл М. Дж., Стюарт А. Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973.
3. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. – М.: Сов.радио, 1975.
4. Лабунец В.Г. Алгебраическая теория сигналов и систем (цифровая обработка сигналов). – Красноярск: Краснояр. ун-т, 1984.
5. Волчков В.П. Оптимальное рекуррентное представление случайных сигналов в базисах функций Виленкина – Крестенсона // Радиотехника и электроника. 1997. – Т.42, – №8, – с. 947 – 958.
6. Волчков В.П. Фидуциальное оценивание m -стационарных гауссовских случайных процессов // Радиотехника и электроника. 1997. – Т.42, – №2, – с. 150 – 160.
7. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977.
8. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989.
9. Сэйдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976.
10. Мрпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990.
11. Волчков В.П. Фидуциальное оценивание параметров рекуррентной m -модели случайного сигнала // Радиотехника и электроника. – 1997. – т.42 – №9. – с. 1042 – 1056.
12. Волчков В.П. Фидуциальное оценивание центральной частоты случайного квазигармонического сигнала в базисе дискретных экспоненциальных функций // Радиотехника и электроника. – 1998. – т.43 – №5. – с. 587 – 602.
13. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983.
14. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. – М.: Мир, 1974.
15. Волчков В.П. Параметрическое спектральное оценивание случайных сигналов с использованием рекуррентных m -моделей // Радиотехника и электроника. – 1998. – т.43. – №4. – с.421 – 437.
16. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. – М.: Связь, 1980.
17. Охрименко А.Е., Тосеев И.Т. Анализ характеристик обнаружения систем междупериодной обработки // Радиотехника и электроника. – 1971. – №1. – с.23.
18. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.



В.Е. Чернов, С.А. Грибачев

Концепция цифровых сигнальных процессоров трех платформ компании Texas Instruments.

Унифицированные средства проектирования и отладки

В настоящее время системы ЦОС в своем развитии далеко шагнули вперед. Появляются новые сигнальные процессоры с производительностью, измеряемой в GFLOPS, имеющие сложную архитектуру, обладающие развитой внутренней периферией. Многократно растет сложность применяемых алгоритмов. Все это приводит к усложнению процесса проектирования и отладки изделия, а следовательно, к увеличению времени разработки.

Средства проектирования и отладки можно разделить на две части: аппаратную и программную. К аппаратной части относятся всевозможные стартовые наборы разработчика (starter kit), оценочные модули, внутрисхемные эмуляторы и т.д.; к программной – ассемблеры, С-компиляторы, отладчики и симуляторы (программные модели).

Программная часть

Прекрасной реализацией программной части является Code Composer Studio – интегрированная среда разработки, отладки и оптимизации программ ЦОС. Данная система обладает рядом свойств, наиболее важными из которых являются:

- Интеграция всех средств разработки (редактор, отладчик, менеджер проектов и др.) в одно, обладающее удобным интерфейсом, приложение.
 - Мощный промышленный С-компилятор, ассемблерный оптимизатор, линковщик.
 - Масштабируемое ядро (DSP/BIOS II) реального времени. Включает набор стандартных инструментов взаимодействия DSP-системы с периферией.
 - Эмулятор, позволяющий достичь работоспособности системы до ее реализации в «железе».
 - Анализатор реального времени, предназначенный для мониторинга состояния системы без остановки процессора.
 - Компилятор, оптимизирующий код программы под определенную платформу (размер кода, оптимальность за счет использования конвейеризации и параллельных блоков).
 - Визуальный линковщик, позволяющий посредством графического интерфейса располагать код программы и данные в памяти.
 - Возможность просмотра всевозможных сигналов в различных графических форматах.
 - Открытая встраиваемая архитектура, позволяющая интегрировать в систему программные модули третьих разработчиков.
- Рассмотрим названные свойства системы.

Открытая встраиваемая архитектура (Open Plug-In Architecture)

При разработке сложных систем требуются средства отладки, ранее не доступные разра-

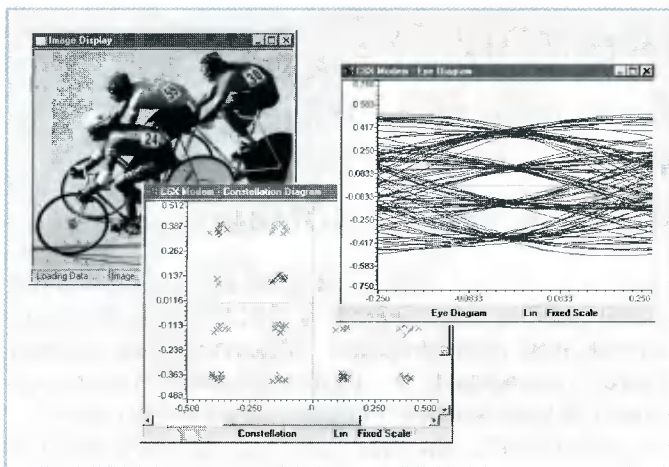
ботчикам. Многие фирмы выпускают всевозможные отладочные системы, обладающие теми или иными преимуществами. Невозможно в одной САПР учесть требования и пожелания всех разработчиков, для которых она предназначена. Благодаря встраиваемой архитектуре существует возможность выбора средств разработки сторонних производителей и встраивания их в Code Composer Studio. Это позволяет избавиться от необходимости покупки новой системы, когда в используемой системе не хватает каких-либо свойств.

Для примера в одной системе можно использовать средства блок-диаграмм системы генерации кода, средства конфигурирования и диагностики аппаратуры, библиотеку алгоритмов, пакет расчета фильтров и т.д. Принцип разделения данных повышает надежность и уменьшает время настройки различных подсистем.

Визуализация данных (Data Visualization)

Возможность визуализации данных в их естественном виде значительно упрощает процесс анализа и тестирования. Для достижения данной цели требуются различные дисплеи, обладающие свойствами систем ЦОС; индикаторная диаграмма, фурье-преобразователи, совокупностные графопостроители и т.д. Разработчик должен иметь возможность изменять параметры создаваемой системы и тут же видеть изменения в ее работе. Средства визуализации способны выдавать информацию о сигналах во время работы испытываемой системы.

Существует возможность графически задать внешний вид разрабатываемого устройства, содержащего всевозможные индикаторы. Далее, либо промоделировав устройство, либо используя готовую плату, можно получить изображение всех индикаторов устройства в



рабочем состоянии. Это позволит совместно с заказчиком более точно сформулировать техническое задание до этапа макетирования, что может значительно снизить конечную стоимость изделия.

Базовые программные средства

При разработке новых систем DSP требуется некоторый базовый набор средств временного планирования, связи, контроля ресурсов, анализа. Эти средства идентичны для всех DSP-приложений. Вследствие чего были разработаны подсистемы реального времени, выполняющие все описанные функции. Таким образом, купив однажды ядро такой подсистемы, можно, используя поставляемые с ним библиотеки, внедрять его в собственные проекты и строить необходимые службы, отвечающие конкретным параметрам. Заказные ядра от третьих фирм хотя и могут быть более компактными, но чрезвычайно дороги, а также их достаточно трудно монтировать во вновь разрабатываемую среду.

В состав Code Composer Studio входит DSP/BIOS, содержащий оптимизированные средства для реализации всех описанных служб. DSP/BIOS занимает около двух 2K слов и потребляет менее 1 MIPS (миллион инструкций в секунду) вычислительных возможностей процессора при реализации всех инструментальных возможностей. Ядро поставляется в виде библиотеки перемещаемых, возвратных объектных модулей. В приложение включаются только используемые модули. Малые размеры DSP/BIOS позволяют его встраивание прямо в BOOT – ROM DSP.

Обмен данными в реальном времени (RTDX)

Средства визуализации, описываемые выше и включенные в Code Composer Studio, являются прекрасными средствами для проверки правильности функционирования алгоритмов. Алгоритмы, внедренные в систему, для

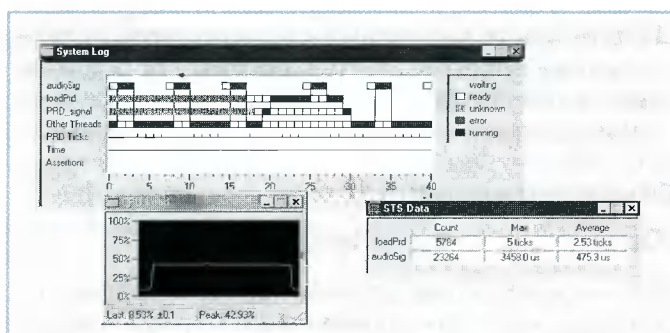
большой достоверности должны быть исследованы в реальном режиме времени. Обмен (RTDX) представляет значительные выгоды по сравнению с альтернативными методами отладки. До недавнего времени разработчик должен был останавливать систему для получения данных из нее. Данный метод был не всегда удобен, а зачастую и вовсе неприемлем, т.к. во многих случаях дальнейшая работа приложения была невозможна.

Обмен RTDX позволяет разработчику непрерывное наблюдение за сигналами в реальном времени. Обмен данными между host-компьютером и DSP происходит без остановки отлаживаемого устройства. Это в значительной мере сокращает время отладки системы.

Исследования в реальном времени

Для анализа выполнения событийных DSP-приложений разработчик должен видеть зависимости между выходными данными, временем и процессами, выполняющимися в системе. RTDX обеспечивает передачу данных в целях организации визуализации данных реального времени. DSP/BIOS предоставляет библиотеки стандартных программ, позволяющих осуществить обмен данными нужным образом с host-системой. В процессе отладки DSP-системы необходимо накопление и анализ ряда статистических данных. Обработка накопленной информации может занимать сотни машинных циклов, что критично для устройств, работающих в реальном времени. Передача данных в host-систему может занимать несколько машинных циклов. Следовательно, статистические параметры необходимо обрабатывать в host-системе. Для этого служит специально разработанный статистический модуль. Данный модуль позволяет находить максимумы, минимумы, средние значения данных, переданных из DSP-системы.

Log-модуль позволяет использовать планировщик для отслеживания достоверности работы алгоритма. Сообщения планировщика выводятся в графическом формате, в виде ленточной диаграммы, подобно программному логическому анализатору. Эта диаграмма позволяет отслеживать прерывания программы, выполнение ее различных ветвей. В





результате можно отследить алгоритмические ошибки, связанные с последовательностью обрабатываемых событий. Использование в этих целях точек прерывания программы может скрыть временные зависимости и не дать нужного результата.

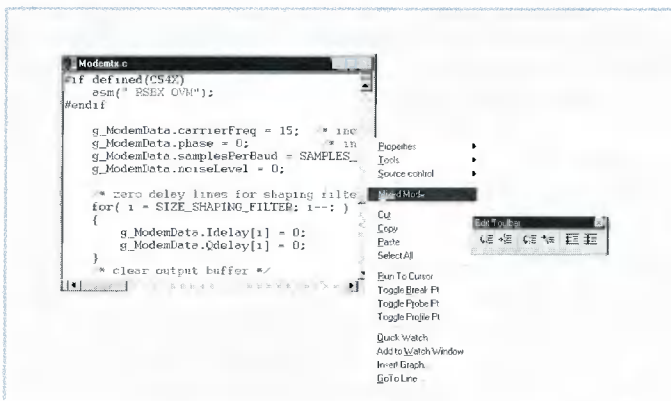
Таким образом, DSP/BIOS, используя RTDX, позволяет отследить поведение системы в реальном времени. При этом все ядро DSP/BIOS, как уже упоминалось, потребляет менее 1 MIPS вычислительных ресурсов процессора. Пользователь сам может поместить его в памяти, отключить ненужные ему функции, исключив при этом часть модулей ядра и уменьшив тем самым затраты памяти и вычислительных мощностей процессора.

Интегрированные средства разработки

Code Composer Studio – полностью интегрированный пакет разработчика, обеспечивающий доступ ко всем средствам и инструментам посредством единого, простого в использовании интерфейса.

Встроенный редактор кода

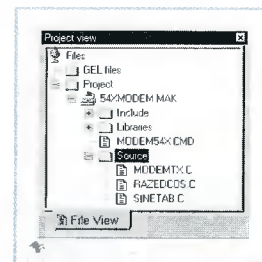
Редактор предназначен для написания и редактирования кода на языках C- и DSP-ассемблера. Он имеет все возможности, присущие редакторам сред программирования: выделение цветом языковых конструкций и отдельных операторов, поиск и замена строк, переходы на заданные строки и т.д. Предусмотрено выделение ошибок цветом, что способствует их быстрому поиску. По завершении процесса компиляции в отдельном окне выводится спи-



сок ошибок, по двойному щелчку правой кнопки мыши происходит переход на строку, содержащую ошибку. Предусмотрены всевозможные меню, плавающие и докируемые панели инструментов, что позволяет каждому разработчику создать удобную для себя среду программирования. Полностью интегрированный с другими средствами, редактор позволяет, например, одновременно просматривать C-код и дизассемблированный код.

Визуальный Project Manager

Project Manager предназначен для упрощения действий с файлами проекта. Все манипуляции с файлами производятся посредством визуальных средств. Файлы проекта разбиты по функциональным категориям, таким, как источники кода, включаемые файлы, библиотечные файлы, конфигурационные файлы, скрипт-файлы. Файлы могут быть добавлены в DSP-проект, с помощью drag and drop технологии. Все средства Project Manager предназначены для уменьшения времени, затрачиваемого на организацию проекта.



Встроенный отладчик

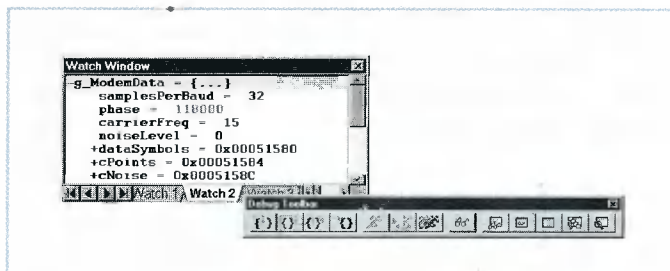
Встроенный отладчик обладает специализированными для DSP средствами и улучшенными возможностями выполнения прерывания программ в заданных точках. Условные и аппаратные точки прерывания могут базироваться на C-выражениях, значениях локальных переменных и регистрах процессора. Для многопроцессорных систем доступны также глобальные точки останова. Через специальное диалоговое окно точки останова могут быть сконфигурированы особым образом (разбиты на группы и т.д.).

Отладчик имеет интерфейс, схожий с MS Visual C++, что способствует легкому переходу квалифицированных программистов из одной среды программирования в другую.

Окно просмотра состояния обладает улучшенным интерфейсом. Ввод в него новых переменных может быть осуществлен, например, перетаскиванием их из окна редактирования. Возможен одновременный вывод четырех таких окон в целях лучшей визуальной организации просматриваемой информации.

Существует возможность присоединения файлов, содержащих тестовые данные. При необходимости эти данные изменить DSP-систему останавливать не требуется.

Code Composer Studio поддерживает разработку комплексных систем, содержащих множество DSP-плат. CCS синхронно поддерживает работу всех плат, часть из них может быть виртуальными (выполняется эмуляция в host-



системе). Для каждой платы может быть запущено отдельное окно, посредством которого контролируется ее состояние.

Пользовательские тесты



Скрипт-язык позволяет разработчику строить программы, синтезирующие тестовые данные. При этом существует возможность создания пользовательского графического интерфейса (GUI), с помощью которого возможно производить контроль над синтезом данных. Например, посредством «регулятора» можно задавать уровень шума, кнопками на панели инструментов задавать какие-либо функции и т.д. Скрипт-язык является достаточно мощным средством отладки. С его помощью можно получить доступ как к DSP-системе (памяти и т.д.), так и к host-системе.

Аппаратная часть

После создания модели DSP-системы, ее проработки следует реализация опытных образцов в «железе». На этом этапе также возможны доработка системы, добавление в нее каких-либо компонентов, изменение параметров схемы и т.д. Также при отладке в реально существующей системе могут быть обнаружены алгоритмические ошибки. Таким образом, потребуются доработка аппаратной части, переразводка печатной платы и т.д. Этот путь очень долгий и требует больших материальных затрат.

Другим путем может быть использование готовых DSP-систем, так называемых Starter Kit (DSK) и Evaluation Module (EVM). Это полностью законченные системы, имеющие некоторый набор периферии: ЦАП, АЦП, последовательный порт, системы индикации и т.д.; также имеются шины расширения, JTAG-интерфейс.

Коды программ подгружаются с PC через последовательный или параллельный порт. В состав комплектов входит некоторое ПО, посредством которого можно писать и отлаживать программы. DSK и EVM отличаются в основном программным обеспечением, которым они комплектуются. В состав DSK входит ограниченный по возможностям Code Composer для C2000 либо Code Composer Studio для C5000, C6000. В состав EVM входит полный CCS и JTAG-эмулятор. DSK для DSP стоит порядка \$300, цена EVM – около \$3000. Разница в цене DSK и EVM оправдывается за счет того, что в последний входят полный CCS и JTAG – эмулятор, цена на которые больше цены всего набора в 1,5 – 2 раза. Таким образом, покупая EVM, вы получаете полный набор средств, необходимых для разработки систем ЦОС на основе продукции TI.

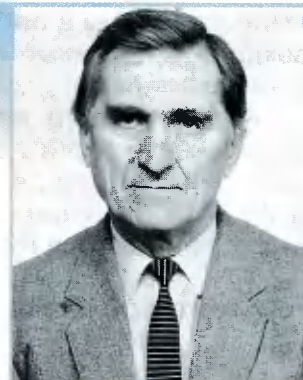
Аппаратные средства отладки для трех платформ DSP Texas Instruments имеют единый пользовательский интерфейс, что облегчает пользователю переход с одной платформы на другую. Кроме DSK для сигнальных процессоров TI выпускает похожие наборы и для других своих компонентов, таких, как ЦАП, АЦП, кодеки, источники питания, и т.д. Все эти наборы могут интегрироваться в одну систему, т.е. отладочные платы стыкуются через внешние разъемы к EVM либо DSK. Цена на такие DSK от \$50.

В настоящее время компания ведет дальнейшую разработку своих отладочных средств, все более совершенствуя их. В этом процессе участвуют ряд третьих фирм, таких, как Spectrum Digital, выпускающих различные EVM. О появлении новых средств и их конкретных параметрах можно узнать на сайте www.ti.com, информацию о ценах в России можно получить на сайте компании СКАНТИ-Рус – www.scanti.ru.



Д.И. Попов, доктор техн. наук, проф. Рязанской государственной радиотехнической академии

Оптимизация рекурсивных режекторных фильтров



Рассмотрен метод параметрической оптимизации цифровых многозвенных рекурсивных режекторных фильтров в переходном режиме. Проведен выбор оптимальных весовых коэффициентов в зависимости от параметров коррелированной помехи и требований к эффективности ее режектирования.

Цифровые рекурсивные режекторные фильтры (РФ) обладают известными преимуществами формирования характеристик перед нерекурсивными РФ того же порядка, что приводит к повышению эффективности выделения сигналов движущихся целей на фоне коррелированных (пассивных) помех [1]. Однако наличие рекурсии существенно увеличивает время установления выходного процесса и снижает эффективность выделения сигналов в переходном режиме, имеющем место при дискретном сканировании антенного луча радиолокатора, а также при линейном сканировании в случае поступления кромки помехи. В конечном счете при времени установления, соизмеримом с длительностью обрабатываемых выборок, переходный режим является основным режимом работы рекурсивных РФ, что привело к решению проблемы ускорения переходного процесса путем перестройки структуры РФ. При этом возникает весьма актуальная задача оптимизации параметров рекурсивных РФ перестраиваемой структуры в переходном режиме.

Рекурсивные РФ открывают широкие возможности формирования требуемых характеристик и их оптимизации на основе выбранного критерия эффективности. Однако задача оптимизации непосредственно весовых коэффициентов РФ по критерию подавления помехи не может быть однозначно решена без ограничений на характеристики фильтра в частотной области. Это приводит к так называемой параметризации амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра с последующим использованием введенных параметров как независимых переменных или ограничивающих условий в процедуре оптимизации [2]. Критерий эффективности РФ является функционалом вектора параметров АЧХ Y , размерность которого, как правило, меньше размерности искомого вектора весовых коэффициентов W . Параметризация АЧХ предполагает наличие функциональной связи $W = \psi(Y)$. Эта связь определяется видом аппроксимирующей функции, в качестве которой используются известные из частотного синтеза функции Баттерворта, Бесселя, Чебышева и т.п. Наиболее удобными с точки зрения оптимизации яв-

ляются функции, приводящие к эллиптическим фильтрам, параметрами которых являются положение нулей АЧХ, частота среза и неравномерность в полосе пропускания.

Методы синтеза эллиптических фильтров по заданным параметрам АЧХ достаточно хорошо разработаны. При этом особенность классических методов синтеза состоит в том, что степени числителя и знаменателя системной функции в z -плоскости одинаковы. Это не позволяет синтезировать РФ, для которых число полюсов системной функции не равно числу нулей, что соответствует наиболее целесообразному построению РФ в форме каскадного соединения нерекурсивных и рекурсивных звеньев 1-го и 2-го порядка. Синтезу и параметризации АЧХ многозвенных РФ, в общем случае состоящих из произвольного числа последовательно включенных нерекурсивных и рекурсивных звеньев, посвящена работа [2], в которой рассмотрен метод синтеза таких фильтров по квадрату АЧХ и установлена функциональная связь между параметрами АЧХ с одной стороны и структурой РФ и весовыми коэффициентами отдельных звеньев – с другой стороны.

Постановка задачи

С учетом гауссовских законов распределений вероятности сигнала и помехи в качестве критерия эффективности линейного фильтра следует использовать коэффициент улучшения отношения сигнал – помеха. Инвариантность структуры РФ к параметрам сигнала приводит к усредненному по доплеровской скорости сигнала коэффициенту улучшения [3], эквивалентному нормированному относительно прохождения некоррелированного шума коэффициенту подавления помехи

$$\mu = (\sigma^2 / \sigma_{\Phi}^2)_{\text{п}} / (\sigma^2 / \sigma_{\Phi}^2)_{\text{ш}}, \quad (1)$$

где σ^2 , σ_{Φ}^2 – дисперсии помехи или шума соответственно на входе и выходе РФ.

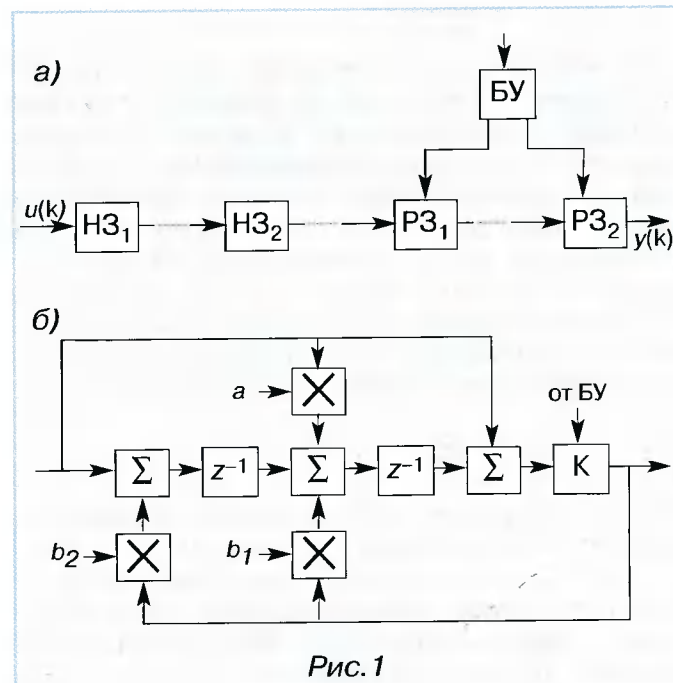
Для решения задачи оптимизации необходимо установить функциональную связь величины с параметрами РФ. С этой целью следует найти алгоритм обработки РФ перестраива-

емой структуры в переходном режиме, учитывающий временные соотношения между моментами перестройки структур отдельных звеньев. Усреднение переходных значений эффективности РФ в пределах обрабатываемой выборки и введение целевой функции $\mu(W) \rightarrow \max_y$ позволяет решить задачу оптимизации параметров РФ в переходном режиме.

Алгоритм обработки

Рассмотрим многозвенный рекурсивный РФ в виде каскадного соединения (рис. 1а) нерекурсивных и рекурсивных звеньев 1-го и 2-го порядка (НЗ_{1,2} и РЗ_{1,2}). При этом нерекурсивные звенья имеют фиксированные структуры, а рекурсивные звенья – перестраиваемые. Перестройка структур осуществляется по командам блока управления (БУ). На рис. 1б приведена схема рекурсивного звена 2-го порядка (РЗ₂), перестройка структуры которого осуществляется путем коммутации рекурсивных связей (b_1, b_2). После установления процессов в предшествующих звеньях и в нерекурсивной части данного звена по команде БУ замыкается коммутатор (К). В рекурсивные связи и на выход звена теперь поступают остатки режектирования помехи, соответствующие установившемуся режиму предшествующих звеньев и нерекурсивной части данного звена, что существенно сокращает время переходного процесса. Наиболее просто такая перестройка структуры реализуется при известном начале обрабатываемой последовательности, что имеет место при дискретном сканировании антенного луча радиолокатора.

Системная функция нерекурсивного звена 2-го порядка (НЗ₂) и нерекурсивной части РЗ₂ в z-плоскости имеет вид



$$H_H(z) = \sum_{k=0}^2 a_k z^{-k},$$

а коэффициенты импульсной характеристики задаются весовыми коэффициентами a_k , причем $a_0 = a_2 = 1, a_1 = a$. Рекурсивным связям РЗ₂ соответствует системная функция

$$H_p(z) = (1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2})^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} g_k z^{-k},$$

где коэффициенты импульсной характеристики [1]

$$g_0 = 1, g_1 = b_1 g_0, \text{ а при } k \geq 2 \quad g_k = b_1 g_{k-1} + b_2 g_{k-2}. \quad (2)$$

Аналогично определяются коэффициенты импульсных характеристик НЗ₁ и РЗ₁ соответственно при $a_2 = b_1 = b_2 = 0$ и $a_2 = b_2 = 0$.

Многозвенный РФ в k -й момент времени будем описывать весовой функцией $h_j(k)$, зависимость которой от k учитывает перестройку структуры РФ путем коммутации рекурсивных связей по мере достижения на выходах нерекурсивных частей звеньев установившихся состояний, причем $j = \overline{0, k-1}$. Коэффициенты $h_j(k)$ могут быть определены с помощью метода переменных состояния либо непосредственно по импульсным характеристикам отдельных звеньев и их частей. В последнем случае обработку k значений входной выборки в прямых и рекурсивных связях звеньев аналогично [1] можно описать раздельно матрицами режекции верхней треугольной формы $D_p = [D_{jl}^{(p)}]; j, l = \overline{0, k-1}; p = \overline{1, L-1}$; L – число нерекурсивных и рекурсивных цепей РФ. Элементы матрицы режекции прямых связей отдельного звена находятся как $D_{jl}^{(p)} = a_{l-j}^{(p)}$, где $a_{l-j}^{(p)}$ – весовые коэффициенты прямых связей; а матрицы режекции обратных связей – $D_{jl}^{(p+1)} = g_{l-j}^{(p+1)}$, где $g_{l-j}^{(p+1)}$ – коэффициенты импульсной характеристики, определяемые весовыми коэффициентами $b_i^{(p+1)}$ соответствующей рекурсивной цепи с помощью соотношений (2), причем $g_r^{(p+1)} = 0$ при $r < 0$. Обработка в выходных связях конечного звена описывается вектор-столбцом $B = \{g_j\}^T$, составленным из коэффициентов их импульсной характеристики. Коммутация рекурсивных связей учитывается при образовании соответствующих матриц режекции D_p и вектора B введением первых нулевых строк и столбцов, число которых определяется длительностью переходных процессов прямых связей в данном и предшествующих звеньях. Размерность матриц D_p и вектора B соответствует числу обрабатываемых отсчетов k . Вектор весовых коэффициентов перестраиваемого РФ теперь определяется в виде

$$H(k) = \{h_j(k)\} = \left(\prod_{p=1}^{L-1} D_p \right) B.$$

Выходная величина многозвенного РФ в k -й момент времени находится в виде свертки весовой функции $h_j(k)$ и входного воздействия $u(k)$

$$y(k) = \sum_{j=0}^{k-1} h_j(k) u(k-j). \quad (3)$$

Критерий и метод оптимизации

В результате вычисления дисперсий $\sigma_{\Phi}^2(k) = y^2(k)$ на выходе РФ для коррелированной помехи и некоррелированного шума с учетом выражений (1), (3) получим

$$\mu(k) = \frac{\sum_{j=0}^{k-1} h_j^2(k)}{\sum_{j,l=0}^{k-1} h_j(k) h_l(k) \rho_{jl}}, \quad (4)$$

где $\rho_{jl} = \rho[(j-l)T]$ – коэффициенты междупериодной корреляции помехи.

Соотношение (4) позволяет определять эффективность РФ перестраиваемой структуры в переходном режиме – в зависимости от момента времени и соответствующего ему числа обрабатываемых отсчетов k . Расчеты величины $\mu(k)$ показывают, что перестройка структуры РФ путем коммутации рекурсивных связей позволяет существенно ускорить переходный процесс и достичь установившегося значения эффективности РФ m -го порядка практически к $(m+2)$ -му отсчету выборки. С учетом динамики изменения эффективности РФ в переходном режиме и последующего накопления (когерентного или некогерентного) остатков режектирования для оптимизации параметров РФ представляет интерес усредненный в заданных пределах исходной выборки коэффициент

$$\mu = \frac{1}{N-k_1} \sum_{k=k_1+1}^N \mu(k), \quad (5)$$

где N – объем исходной выборки; k_1 – число первых выходных отсчетов, не принимающих участия в последующей обработке вследствие коммутации, причем $k_1 \geq m$.

При параметризации АЧХ РФ коэффициент μ является функционалом $\mu = f(Y)$, а искомый вектор весовых коэффициентов фильтра W связан рассмотренной в работе [2] функциональной зависимостью с вектором параметров АЧХ Y . Целевая функция при оптимизации РФ в рамках принятого критерия и накладываемых ограничений на форму АЧХ $H(\omega) = H_0(\omega, Y)$ записывается в виде $\mu(W) \rightarrow \max$. Оптимальный вектор Y определяется в результате применения одной из известных итерационных процедур поиска экстремума, а соответствующий ему вектор $W = \psi(Y)$.

Результаты оптимизации

Рассмотрим достаточно типичную структуру РФ в виде каскадного соединения нерекур-

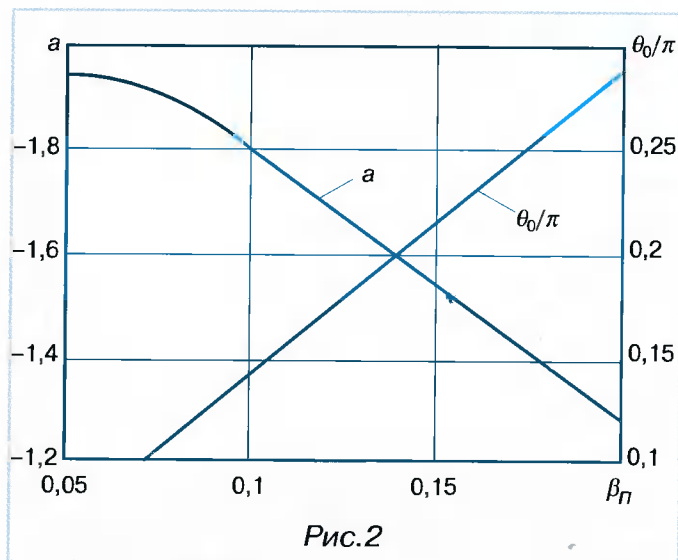


Рис.2

сивного звена 1-го порядка и рекурсивного звена 2-го порядка ($H_{Z1} - P_{Z2}$) [2]. Оптимизация сводится к выбору положения нулей АЧХ $\theta_0 = \omega_0 T$, угловой частоты среза $\theta_c = \omega_c T$ и неравномерности в полосе пропускания ε , связанные соответствующим образом с весовыми коэффициентами P_{Z2} a, b_1, b_2 . В общем случае на каждом шаге итерационной процедуры оптимизации задается вектор $Y = \{\theta_0, \theta_c, \varepsilon\}$, на основе аппроксимации квадрата АЧХ проводится синтез фильтра $H_{Z1} - P_{Z2}$ в частотной области [2], позволяющий найти нули $z_{0(2,3)}$ и полюсы $z_{p(2,3)}$ системной функции РФ, по которым определяются весовые коэффициенты P_{Z2} $a = -(z_{02} + z_{03}), b_1 = z_{p2} + z_{p3}, b_2 = -z_{p2} z_{p3}$, образующие вектор $W = \{a, b_1, b_2\}$, и наконец вычисляется коэффициент μ при заданных параметрах N, k_1 и ρ_{jl} .

Вначале представляют интерес результаты оптимизации фильтра $H_{Z1} - P_{Z2}$ по критерию $\mu \rightarrow \max_{\theta_0}$. Задавая $\theta_c = \text{const}, \varepsilon = \text{const}$ и осуществляя поиск по параметру θ_0 , можно найти положение нулей в зоне режекции АЧХ, когда обеспечивается ряд экстремумов выражения (5). Анализ выражения (5) показал, что, несмотря на многомодальность входящих в него слагаемых, представляющих собой квадратичные формы, общий функционал $\mu(\theta_0)$ имеет ярко выраженный унимодальный экстремум, определить который позволяет метод "золотого сечения" [4]. На рис. 2 при $\theta_c = 0,5\pi, \varepsilon = 1$ дБ и $N = 15$ представлены зависимости оптимальных величин θ_0 и $a = -2 \cos \theta_0$ от нормированной ширины $\beta_\pi = \Delta f_\pi T$ гауссовского спектра помехи, соответствующего коэффициентам корреляции $\rho_{jl} = \exp\{-\pi^2 [\beta_\pi(j-l)]^2 / 2,8\} + \lambda \delta_{jl}$, где $\lambda = \sigma_{ш}^2 / \sigma_n^2$ – отношение шум – помеха, δ_{jl} – символ Кронекера. Как видим, оптимальные величины a и θ_0 определяются в соответствии с параметрами помехи. При этом оказывается, что данная зависимость практически соответствует критерию (3) работы [3] для нерекурсивной части РФ. Это позволяет использовать соответству-

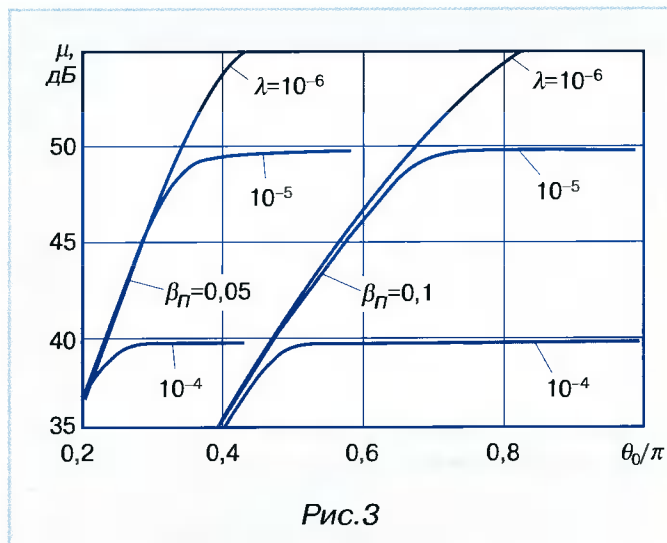


Рис.3

ющие данному критерию алгоритмы для оптимизации весовых коэффициентов прямых связей.

Весовые коэффициенты обратных связей определяют выбор частоты среза θ_c , связанной с требуемой эффективностью РФ изображенными на рис. 3 монотонными зависимостями при $N=15$. Наличие некоррелированного шума ограничивает эффективность РФ. Выбор минимально необходимой величины θ_c , при которой реализуется предельная или заданная эффективность, соответствует максимальной полосе пропускания РФ и, следовательно, оптимальным коэффициентам обратных связей b_1, b_2 . С учетом некоррелированного (внутреннего) шума предельная эффективность определяется динамическим диапазоном помехи λ^{-1} по отношению к уровню шума. Очевидно, что оптимальная величина θ_c в этом случае соответствует области перегиба кривых на рис. 3. При этом коэффициент μ приближается к предельной величине с точностью $\Delta\mu \leq 1$ дБ при максимальной для данных условий ширине полосы пропускания. Как видим, оптимальная величина θ_c зависит от параметров помехи, что в условиях априорной неопределенности предполагает соответствующую адаптацию РФ.

Заметим, что для оптимального по критерию (1) или (3) работы [3] нерекурсивного РФ при $m=3, \beta_\pi=0,1$ и $\lambda=10^{-6}$ $\mu \approx 40$ дБ. При той же

частоте среза ($\theta_c=0,71\pi$) рекурсивный РФ, как видно из кривых на рис. 3, выигрывает более 10 дБ, а при одинаковой величине μ имеет значительно более широкую полосу пропускания, что подтверждает преимущества рекурсивных РФ и возможности гибкого управления их характеристиками.

Резюме

Предложенный метод параметрической оптимизации многозвенных рекурсивных РФ в переходном режиме основывается на параметризации АЧХ фильтра с последующим использованием введенных параметров как независимых переменных или ограничивающих условий в итерационном алгоритме синтеза по модифицированному с учетом объема обрабатываемой выборки критерию. Оптимальный выбор коэффициентов прямых связей определяется параметрами помехи в соответствии с функциональными зависимостями для нерекурсивных РФ. Выбор коэффициентов обратных связей определяется требованиями к эффективности РФ и параметрами помехи, включая ее динамический диапазон по отношению к уровню внутреннего (некоррелированного) шума.

Литература

1. Попов Д.И. Анализ характеристик обнаружения систем цифровой фильтрации в переходном режиме // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22. – № 10. – С. 2121 – 2128.
2. Попов Д.И., Гуськов С.В. Синтез цифровых фильтров при каскадном соединении нерекурсивных и рекурсивных звеньев // Радиотехника. – 1981. – Т. 36. – № 6. – С. 31 – 34.
3. Попов Д.И. Синтез и анализ эффективности систем адаптивной междупериодной обработки сигналов на фоне помех с неизвестными корреляционными свойствами // Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 28. – № 12. – С. 2373 – 2380.
4. Уайлд Д.Дж. Методы поиска экстремума / Пер. с англ. – М.: Наука, 1967. – 268 с.



А.В. Дворкович, к.ф.-м.н.

Новый метод расчета эффективных оконных функций, используемых при гармоническом анализе с помощью ДПФ

Рассматривается новый метод расчета эффективных окон, основанный на минимизации мощности его спектральных компонент вне пределов заданного интервала частот. Анализируются основные свойства вариантов таких окон, их эффективность при обнаружении гармонических сигналов в широкополосном шуме и при наличии интенсивных гармонических помех. Приводится сравнение свойств предложенных и широко используемых окон.

Использование оконных функций при гармоническом анализе с применением дискретного преобразования Фурье (ДПФ) связано с решением проблем оценивания параметров сигналов и их обнаружения.

Поскольку гармонические оценки, получаемые с применением ДПФ, связаны с преобразованием конечного числа дискретных эквидистантных отсчетов сигнала, обнаружение и оценка параметров чистых синусоидальных сигналов возможны только в том случае, когда их частота кратна обратной величине интервала обработки. В противном случае ДПФ воспроизводит множество дискретных компонент различной медленно сходящейся интенсивности.

Для уменьшения влияния этого дефекта сигнал на интервале его обработки умножают на сглаживающие весовые функции (окна), что эквивалентно сглаживанию спектральных отсчетов, формируемых ДПФ [1].

Правильный выбор формы окна важен и для обеспечения точного анализа параметров исследуемого сигнала при наличии флуктуационных помех, и для обнаружения отдельных тонов в сигнале, содержащем множество гармонических составляющих. Для того чтобы обеспечить требуемый динамический диапазон обнаруживаемых сигналов, ДПФ оконной функции должно иметь узкий главный лепесток и низкий уровень боковых лепестков.

Подробные исследования, изложенные в фундаментальной работе Ф. Дж. Хэрриса [1], показали, что оптимальными с указанной точки зрения являются окна Кайзера – Бесселя, Барсилона – Темеша и Блекмана – Хэрриса. В этом списке не указаны окна Дольфа – Чебышева, поскольку из-за когерентного суммирования их боковых лепестков, имеющих постоянный уровень, применение таких окон оказывается неэффективным при наличии нескольких сигналов различных частот.

Следует заметить, что конструирование оконной функции обычно осуществлялось либо путем использования различных элементарных функций на отдельных участках окна, либо путем суммирования, перемножения или свертки нескольких функций, либо путем оптимизации ряда параметров этой функции.

В связи с тем что журнал, в котором опубликована статья Ф. Дж. Хэрриса, стал в настоящее время биб-

лиографической редкостью, автор счел необходимым привести табл. 1 с основными параметрами используемых оконных функций.

В заголовке таблицы введены обозначения:

W_{max} – максимальный уровень боковых лепестков в дБ по отношению к уровню основного лепестка модуля преобразования Фурье;

ΔW – скорость спада боковых лепестков в дБ на октаву;

$\Delta F_{ш}$ – эквивалентная шумовая полоса в долях интервала $\Delta T = T/N$ (бинах), где T – длительность оконной функции, N – число точек сигнала, используемых при ДПФ.

Все виды оконных функций (в том числе и указанные в табл. 1), используемые при обработке сигналов с помощью ДПФ, симметричные относительно середины временного интервала $-T/2 \leq t \leq T/2$ и ограниченные по длительности этим интервалом, очевидно, могут быть представлены с использованием ортогональных косинусоидальных базисных функций с периодами, кратными интервалу T , –

$$u(x) = \left[1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m \cos(2\pi m x) \right] / \left[1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m \right],$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (1)$$

где N – число дискретных эквидистантных отсчетов сигнала на интервале T , $M \leq [N/2]$, $x = t/T$ – нормированный временной интервал.

Нормированный спектр такой функции может быть представлен в виде

$$F(y) = \text{sinc}(\pi y) + \sum_{m=1}^M a_m [\text{sinc}(\pi(y+m)) + \text{sinc}(\pi(y-m))],$$

$$|y| < \infty, \quad (2)$$

где $\text{sinc}(z) = \frac{\sin(z)}{z}$, $y = \omega T/2\pi = fT$ – нормированная частица.

Эквидистантные отсчеты оконной функции (1), взятые на интервале T в точках $t_n = n\Delta T = nT/N$, определяются соотношением

$$u(n) = \left[1 + 2 \sum_{m=1}^M (-1)^m a_m \cos(2\pi m n/N) \right] / \left[1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m \right],$$

$$0 \leq n \leq N-1. \quad (3)$$

Поскольку при ДПФ предполагается периодическое продолжение последовательности (3), т.е. преобразуемая функция представима в виде суммы ком-

Таблица 1

Окно	Форма оконной функции, $-T/2 \leq t \leq T/2$	W_{max} , дБ	ΔW , дБ на октаву	$\Delta F_{ш}$, бин
1	2	3	4	5
1. Прямоугольное	1	-13	-6	1,00
2. Тьюки	$\begin{cases} 1, & t \leq T(1-\alpha)/2; \\ \cos^2 \pi \frac{ t - T(1-\alpha)/2}{T\alpha}, & t > T(1-\alpha)/2. \end{cases}$	$\alpha = 0,25$ -14 $\alpha = 0,50$ -15 $\alpha = 0,75$ -19	-18 -18 -18	1,10 1,22 1,36
3. Рисса	$1 - (2 t /T)^2$	-21	-12	1,20
4. Римана	$(\sin 2\pi t /T) / (2\pi t /T)$	-26	-12	1,30
5. Пуассона	$\exp(-2\alpha t /T)$	$\alpha = 2,0$ -19 $\alpha = 3,0$ -24 $\alpha = 4,0$ -31	-6 -6 -6	1,3 1,65 2,08
6. Коши	$1 / (1 + (2\alpha t/T)^2)$	$\alpha = 3,0$ -31 $\alpha = 4,0$ -35 $\alpha = 5,0$ -30	-6 -6 -6	1,48 1,76 2,06
7. Треугольное	$1 - 2 t /T$	-27	-12	1,33
8. Хэннинга	$\cos^\alpha \pi t /T$	$\alpha = 1,0$ -23 $\alpha = 2,0$ -32 $\alpha = 3,0$ -39 $\alpha = 4,0$ -47	-12 -18 -24 -30	1,23 1,50 1,73 1,94
9. Хэннинга – Пуассона	$(\cos^2 \pi t /T) \cdot \exp(-2\alpha t /T)$	$\alpha = 0,5$ -35 $\alpha = 1,0$ -39 $\alpha = 2,0$ нет	-18 -18 -18	1,61 1,73 2,02
10. Хэмминга	$0,54 + 0,46 \cos(2\pi t/T)$	-43	-6	1,36
11. Бомана	$(1 - 2 t /T) \cdot \cos(2\pi t /T) + \frac{1}{\pi} \cdot \sin(2\pi t /T)$	-46	-24	1,71
12. Гаусса	$\exp\left(-\frac{1}{2}(-2\alpha t /T)^2\right)$	$\alpha = 2,5$ -42 $\alpha = 3,0$ -55 $\alpha = 3,5$ -69	-6 -6 -6	1,39 1,64 1,90
13. Валле – Пуссена	$\begin{cases} 1 - 6(2 t /T)^2 \cdot (1 - 2 t /T), & t \leq T/4; \\ 2(1 - 2 t /T)^3, & t > T/4. \end{cases}$	-53	-24	1,82
14. Блэкмана, точное	$a_0 + a_1 \cos(2\pi t/T) + a_2 \cos(4\pi t/T);$ $a_0 = 0,42659071; a_1 = 0,49656062; a_2 = 0,07684867$	-51	-6	1,52
15. Блэкмана	См. 14; $a_0 = 0,42; a_1 = 0,50; a_2 = 0,08$	-58	-18	1,73
16. Блэкмана – Хэрриса, 3-членные	См. 14; $a_0 = 0,44959; a_1 = 0,49364; a_2 = 0,05677$ $a_0 = 0,42323; a_1 = 0,49755; a_2 = 0,07922$	-61 -67	-6 -6	1,61 1,66
17. Блэкмана – Хэрриса, 4-членные	$a_0 + a_1 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + a_3 \cos\left(\frac{6\pi t}{T}\right);$ $a_0 = 0,40217; a_1 = 0,49703; a_2 = 0,09392; a_3 = 0,00183$ $a_0 = 0,35875; a_1 = 0,48829; a_2 = 0,14128; a_3 = 0,01168$	-74 -92	-6 -6	1,74 1,90
18. Кайзера – Бесселя	$I_0[\pi\alpha \sqrt{1 - (2t/T)^2}] / I_0[\pi\alpha],$ <p style="text-align: center;">где $I_0[x] = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(x/2)^k}{k!} \right].$</p>	$\alpha = 2,0$ -46 $\alpha = 2,5$ -57 $\alpha = 3,0$ -69 $\alpha = 3,5$ -82	-6 -6 -6 -6	1,50 1,65 1,80 1,93

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	
Эквидистантные отсчеты ($\Delta T = T/N$; $t_k = k\Delta T$; $0 \leq k \leq N-1$) оконных функций п. 19, 20 определяются путем обратного ДПФ и нормирования результатов преобразования относительно максимальной величины в середине интервала ($k = N/2$ при четном N)					
19. Дольфа – Чебышева	$(-1)^k \cos(N \arccos(\beta \cos(\pi k/N))) / \text{ch}(N \text{ch}^{-1}(\beta)),$ где $\beta = \text{ch}((\text{ch}^{-1}(10^\alpha))/N)$; $\arccos(x) = \begin{cases} \pi/2 - \text{tg}^{-1}(x/\sqrt{1-x^2}), & x \leq 1; \\ \ln(x + \sqrt{x^2-1}), & x \geq 1. \end{cases}$	$\alpha = 2,5$ $\alpha = 3,0$ $\alpha = 3,5$ $\alpha = 4,0$	-50 -60 -70 -80	0 0 0 0	1,33 1,44 1,55 1,65
20. Барсилона – Темеша	$(-1)^k \frac{A \cos(y(k)) + B((y(k)/C) \sin(y(k)))}{(C+AB)((y(k)/C)^2-1)},$ где $A = \text{ch}(C) = \sqrt{10^{2\alpha}-1}$; $B = \text{ch}(C) = 10^\alpha$; $C = \text{ch}^{-1}(10^\alpha)$; $y(k) = N \arccos(\beta \cos(\pi k/N))$; $\beta = \text{ch}(C/N)$.	$\alpha = 3,0$ $\alpha = 3,5$ $\alpha = 4,0$	-53 -58 -68	-6 -6 -6	1,56 1,67 1,77

понтент ... $u(n-2N) = u(n-N) = u(n) = u(n+N) = u(n+2N)$..., спектральное окно ДПФ представимо в виде суммы нормированных ядер Дирихле $D(\cdot)$:

$$F_{\text{дпф}}(y) = D(y) + \sum_{m=1}^M (-1)^m a_m [D(y+m) + D(y-m)], \quad (4)$$

$$D(z) = \exp(j\pi z/N) \frac{\sin(\pi z)}{N \sin(\pi z/N)}.$$

Формулы (2) и (4) совпадают при $N \rightarrow \infty$. Следует заметить, что верхний предел сумм в соотношениях (1) – (4) не обязательно должен быть равен $N/2$ и чаще всего выбирается существенно меньшим $M \ll N/2$ (см. табл. 1 п. 8 – окно Хэннинга при $\alpha = 2$, п. 9 – окно Хэмминга, п. 14 и 15 – окна Блэкмана, п. 16 и 17 – окна Блэкмана – Хэрриса).

Оптимизация параметров оконных функций (1) может быть осуществлена подобно тому, как она осуществлялась при расчетах окон Кайзера – Бесселя и Барсилона – Темеша.

Поскольку оконная функция (1) ограничена на конечном временном интервале, ее Фурье-спектр (2) теоретически не может быть ограничен. Однако при рационально подобранных коэффициентах a_m может

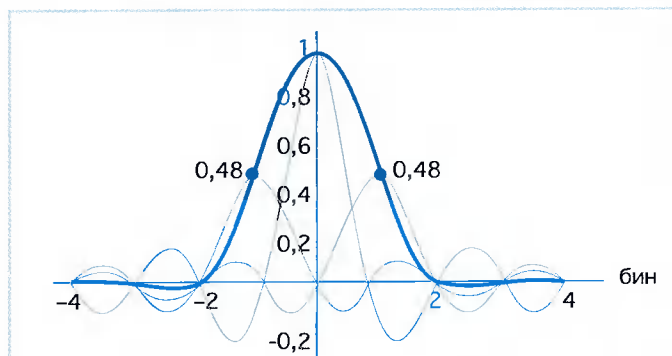


Рис. 1. Форма спектра оконной функции при трех членах ряда (2)

оказаться, что спектр будет практически ограничен некоторым частотным интервалом, вне пределов которого изменения одних членов ряда (2) будут скомпенсированы изменениями других членов этого же ряда [2].

В качестве примера такой компенсации можно привести диаграмму на рис. 1. Здесь изображена форма спектра $F(y)$ и трех составляющих ее компонент при использовании лишь одного коэффициента $a_1 = 0,48$. Как следует из этого рисунка, колебания $F(y)$ вне пределов интервала $[-2, 2]$ существенно меньше колебаний каждой из ее составляющих.

Функция $F(y)$ вне пределов интервала $[-C, C]$ обладает минимальным размером боковых лепестков (в среднеквадратичном смысле) при выполнении условия

$$\int_{-\infty}^C F^2(y) dy + \int_C^{\infty} F^2(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} F^2(y) dy - \int_{-C}^C F^2(y) dy \Rightarrow \min. \quad (5)$$

Из этого соотношения достаточно легко получить систему уравнений для вычисления коэффициентов a_m ($1 \leq m \leq M$)

$$a_m = \frac{1}{2} \int_{-C}^C F(y) [\text{sinc}(\pi(y+n)) + \text{sinc}(\pi(y-n))] dx. \quad (6)$$

Используя (2), нетрудно преобразовать систему (6)

$$\sum_{m=1}^M a_m b_{mn} = d_n, \quad 1 \leq n \leq M, \quad \text{где } b_{mn} = b_{nm}; \quad (7)$$

$$b_{mn} = \frac{(-1)^{m+n}}{\pi^2(m^2-n^2)} [m(\text{Cin}(2\alpha_m^+) - \text{Cin}(2\alpha_m^-)) - n(\text{Cin}(2\alpha_m^+) - \text{Cin}(2\alpha_m^-))], \quad m \neq n;$$

$$b_{nn} = -\frac{1}{\pi} (\text{si}(2\alpha_n^+) + \text{si}(2\alpha_n^-) - \alpha_n^+ \text{sinc}^2(\alpha_n^+) - \alpha_n^- \text{sinc}^2(\alpha_n^-)) + \frac{1}{2\pi^2 n} (\text{Cin}(2\alpha_n^+) - \text{Cin}(2\alpha_n^-));$$

$$d_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2\pi^2 n} (\text{Cin}(2\alpha_n^+) - \text{Cin}(2\alpha_n^-)); \alpha_n^+ = \pi(C+n); \alpha_n^- = \pi(C-n);$$

$$\text{si}(z) = \int_0^z \sin c(x) dx - \frac{\pi}{2}; \quad \text{Cin}(z) = \int_0^z \frac{1 - \cos(x)}{x} dx.$$

Из этих соотношений вытекает, что при $n \gg C$ $b_{nn} \Rightarrow 1$; $b_{nm} \Rightarrow 0$ ($n \neq m$). Следовательно, величины коэффициентов a_m рядов (1) – (4) асимптотически по модулю стремятся к величинам

$$|a_m| \Rightarrow \frac{1}{2\pi^2 m} \ln\left(1 + \frac{2C}{m}\right) \approx \frac{C}{(\pi m)^2}$$

и зависят только от параметра C и индекса m .

Таким образом, при любых m выполняется неравенство $|a_m| > |a_{m+1}|$.

Из этих соотношений вытекает быстрая сходимость рядов (2) и (4), определяющих форму оптимальной оконной функции (1).

При такой форме оконной функции достаточно просто рассчитываются ее основные параметры.

1. Эквивалентная шумовая полоса, характеризующая изменение мощности шума на единичный временной интервал (бин),

$$\Delta F_{ш} = \left[\sum_{n=1}^{N-1} u^2(n) \right] / \left[\sum_{n=1}^{N-1} u(n) \right]^2 = 1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m^2. \quad (8)$$

2. Усиление преобразования (АТ), определяемое как частное от деления отношений сигнал/шум до и после БПФ, определяется величиной, обратной эквивалентной шумовой полосе.

3. Когерентное усиление – усредненное значение функции окна:

$$CA = 1 / \left[1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m \right]. \quad (9)$$

4. Корреляция перекрывающихся участков с длительностью T характеризует степень корреляции случайных компонент сигнала в преобразованиях двух соседних участков последовательности при перекрытии этих участков на интервале, равном rT , где $r \leq 1$ – коэффициент перекрытия участков. Значения коэффициента корреляции определяется выражением:

$$\begin{aligned} \text{Cor}(r) &= \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} u(n) \cdot u[n+(1-r)N] \right\} / \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} u^2(n) \right\} = \\ &= r \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m^2 (\sin c(2\pi r m) - 2 \sin^2(\pi r m)) + \right. \\ &2 \sum_{m=1}^M (-1)^m a_m \sin c(2\pi r m) + \\ &+ 4 \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M (-1)^{m+n} a_m a_n \frac{m^2 \sin c(2\pi r m) - n^2 \sin c(2\pi r n)}{m^2 - n^2} \left. \right\} / \\ &/ \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^M a_m^2 \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Обычно оценивают коэффициенты корреляции при $r = 0,75$, $r = 0,5$ и $r = 0,25$. В этих случаях соотношение (9) существенно упрощается, поскольку

при $r = 0,75$,

$$\begin{aligned} \text{если } m = 2k & \quad \sin(2\pi r m) = 0, \quad \cos(2\pi r m) = (-1)^k, \\ \text{а если } m = 2k + 1 & \quad \sin(2\pi r m) = (-1)^k, \quad \cos(2\pi r m) = 0; \end{aligned}$$

при $r = 0,5$

$$\sin(2\pi r m) = 0, \quad \cos(2\pi r m) = (-1)^m;$$

при $r = 0,25$,

$$\begin{aligned} \text{если } m = 2k & \quad \sin(2\pi r m) = 0, \quad \cos(2\pi r m) = (-1)^k, \\ \text{а если } m = 2k + 1 & \quad \sin(2\pi r m) = (-1)^{k+1}, \quad \cos(2\pi r m) = 0. \end{aligned}$$

Таблица 2

M	C	W _{max} , дБ	CA	ΔF _ш , бин	ΔF _{3дб} , бин	ΔF _{6дб} , бин	РАМ, дБ	ЛТ, дБ	Cor(r), %	
									r=0,75	r=0,5
1	1,0	-26,6	0,6839	1,1068	1,0574	1,4591	2,6779	3,1186	79,5	40,3
	1,5	-39,9	0,5624	1,3027	1,2454	1,7338	1,9193	3,0679	72,9	26,8
	1,637	-42,7	0,5400	1,3628	1,3030	1,8152	1,7515	3,0958	70,7	23,4
2	2,0	-42,1	0,4943	1,4842	1,4178	1,9775	1,4772	3,1922	66,1	17,4
	2,32	-51,7	0,4602	1,5820	1,5083	2,1070	1,3054	3,2976	62,3	13,5
	2,5	-54,5	0,4464	1,6263	1,5488	2,1654	1,2384	3,3505	60,5	12,0
3	2,0	-43,8	0,4965	1,4738	1,4082	1,9636	1,4971	3,1815	66,5	17,9
	2,12	-46,4	0,4815	1,5166	1,4478	2,0204	1,4165	3,2253	64,8	16,0
	2,5	-55,3	0,4427	1,6415	1,5634	2,1858	1,2153	3,3678	59,9	11,5
	3,0	-68,7	0,4068	1,7772	1,6885	2,3653	1,0430	3,5400	54,6	7,8
4	3,0	-68,5	0,4054	1,7836	1,6947	2,3739	1,0353	3,5482	54,4	7,6
	3,5	-81,2	0,3765	1,9135	1,8149	2,5460	0,9037	3,7220	49,4	5,1
	4,0	-93,7	0,3519	2,0422	1,9346	2,7166	0,7961	3,8971	44,6	3,3
5	4,0	-94,0	0,3521	2,0408	1,9333	2,7148	0,7972	3,8952	44,6	3,3
	4,5	-107,0	0,3320	2,1606	2,0448	2,8737	0,7132	4,0589	40,4	2,2
	5,0	-119,1	0,3151	2,2726	2,1491	3,0223	0,6461	4,2114	36,6	1,4
6	5,5	-132,7	0,3005	2,3803	2,2496	3,1652	0,5900	4,3564	33,1	0,9
	6,0	-144,9	0,2876	2,4848	2,3471	3,3039	0,5423	4,4952	29,9	0,6
7	6,5	-159,6	0,2768	2,5794	2,4355	3,4294	0,5039	4,6191	27,2	0,4
	7,0	-170,6	0,2695	2,6482	2,4999	3,5208	0,4784	4,7079	25,3	0,3



5. Паразитная амплитудная модуляция – максимальное изменение величины отсчетов ДПФ при частоте синусоидального сигнала, не кратной интервалу T его обработки, т.е. когда частота сигнала равна $(k + 1/2)/NT$:

$$PAM = -20 \lg \left\{ \frac{2}{\pi} \left[1 + \sum_{m=1}^M (-1)^m a_m \frac{m}{4m^2 - 1} \right] \right\}, \text{ дБ. (11)}$$

6. Максимальные потери преобразования ЛТ определяются как выраженная в дБ сумма потерь, определяемых АТ и РАМ:

$$LN = -20 \lg \left\{ \frac{2}{\pi} \left[1 + \sum_{m=1}^M (-1)^m a_m \frac{m}{4m^2 - 1} \right] \left[1 + \sum_{m=1}^M a_m^2 \right] \right\}, \text{ дБ. (12)}$$

7. Разрешаемая полоса частот определяется двумя параметрами:

Таблица 3

М	С	Величины коэффициентов a_m	Примечание
1	1,0	$a_1=0,23107$	$\delta = 4,67\%$
	1,5	$a_1=0,38907$	$\delta = 4,6\%$
	1,637	$a_1=0,42592$	Окно Хэмминга $\delta = 4,59\%$
2	2,0	$a_1=0,491656; a_2=0,0019792$	$\delta = 4,68\%$
	2,32	$a_1=0,537223; a_2=0,0491380$	Точное окно Блэкмана, $\delta = 4,89\%$
	2,5	$a_1=0,555925; a_2=0,0641340$	$\delta = 5,0\%$
3	2,0	$a_1=0,4863892; a_2=0,0175890; a_3=0,0031387$	$\delta = 4,66\%$
	2,12	$a_1=0,5073968; a_2=0,0274198; a_3=0,0015707$	Окно Кайзера – Бесселя, $\alpha = 2,0$, $\delta = 4,75\%$
	2,5	$a_1=0,5622501; a_2=0,0681182; a_3= -0,0010650$	$\delta = 5,0\%$
	3,0	$a_1=0,6125724; a_2=0,1154865; a_3=0,0009873$	Окно Кайзера – Бесселя, $\alpha = 3,0$, $\delta = 5,25$
4	3,0	$a_1=0,61484049; a_2=0,11732297;$ $a_3=0,00097905; a_4=0,00019026$	Окно Барсиллона – Темеша, $\alpha = 3,0$, $\delta = 5,25\%$
	3,5	$a_1=0,65550667; a_2=0,16428058;$ $a_3=0,00832395; a_4=0,00000706$	Окно Кайзера – Бесселя, $\alpha = 3,5$, $\delta = 5,43\%$
	4,0	$a_1=0,69019829; a_2=0,21050632;$ $a_3=0,02025451; a_4=0,00005208$	Миним, 4-зв. окно Блэкмана – Хэрриса, $\delta = 5,56\%$
5	4,0	$a_1=0,6898522049; a_2=0,2100196468;$ $a_3=0,0201134861; a_4=0,0000508166; a_5=-0,0000018845$	$\delta = 5,56\%$
	4,5	$a_1=0,7179353640; a_2=0,2522317259;$ $a_3=0,0351675633; a_4=0,0008983896; a_5=0,0000027755$	$\delta = 5,66\%$
	5,0	$a_1=0,7410459690; a_2=0,2905510484; a_3=0,0523907163;$ $a_4=0,0028943869; a_5=0,0000027664$	$\delta = 5,75\%$
6	5,5	$a_1=0,7608244037; a_2=0,3258902320; a_3=0,0711002066;$ $a_4=0,0061227622; a_5=0,0000872138; a_6=0,0000001684$	$\delta = 5,81\%$
	6,0	$a_1=0,7780235040; a_2=0,3587089141; a_3=0,0910043269;$ $a_4=0,0106864599; a_5=0,0003674159; a_6=0,0000001446$	$\delta = 5,87\%$
7	6,5	$a_1=0,7921029285; a_2=0,38711104712; a_3=0,1102365504;$ $a_4=0,0161289815; a_5=0,0009073639;$ $a_6=0,0000074649; a_7=0,0000000054$	$\delta = 5,91\%$
	7,0	$a_1=0,8015764069; a_2=0,4069332292; a_3=0,1246488176;$ $a_4=0,0207721008; a_5=0,0015054981;$ $a_6=0,0000254030; a_7=-0,0000000048$	$\delta = 5,93\%$

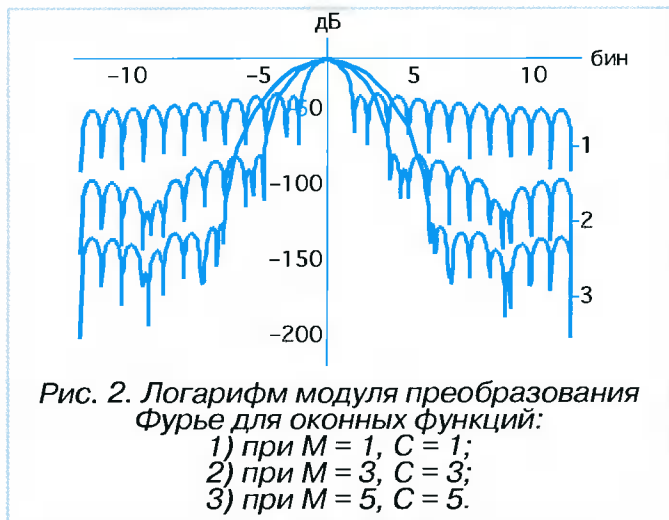


Рис. 2. Логарифм модуля преобразования Фурье для оконных функций:

- 1) при $M = 1, C = 1$;
- 2) при $M = 3, C = 3$;
- 3) при $M = 5, C = 5$.

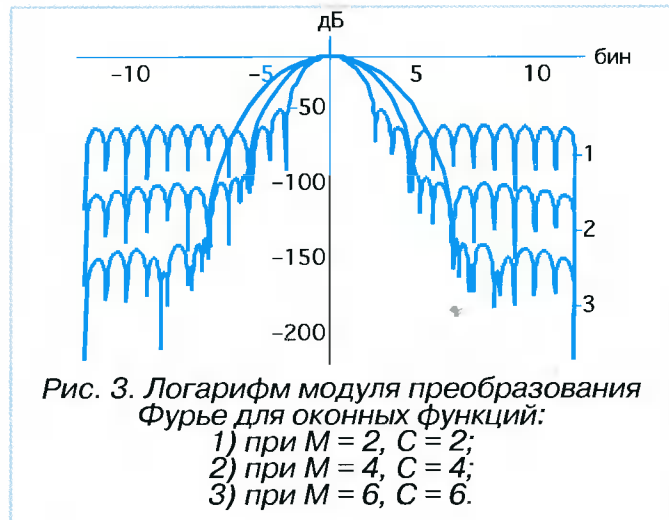


Рис. 3. Логарифм модуля преобразования Фурье для оконных функций:

- 1) при $M = 2, C = 2$;
- 2) при $M = 4, C = 4$;
- 3) при $M = 6, C = 6$.

а) ширина окна между точками, в которых уровень его спектра $F(y)$ уменьшается относительно максимума в $\sqrt{2}$ раз –

если $F(y_1) = 1/\sqrt{2}$, то $\Delta F_{3дБ} = 2y_1$ (этот критерий отражает тот факт, что два синусоидальных сигнала равной интенсивности, относительные частоты которых смещены на этот интервал, не будут разрешаться при БПФ как две отдельные линии);

б) ширина окна между точками, в которых уровень его спектра $F(y)$ уменьшается относительно максимума в 2 раза –

если $F(y_2) = 1/2$, то $\Delta F_{6дБ} = 2y_2$ (этот критерий говорит о том, что если два синусоидальных сигнала равной интенсивности различаются по относительной частоте на этот интервал, то они оказываются различимыми).

8. Шумовая полоса оконной функции всегда шире его полосы по уровню ЗдБ. Разность этих двух параметров, отнесенная к ширине спектра окна по уровню ЗдБ, –

$$\delta = 100[\Delta F_w - \Delta F_{3дБ}] / \Delta F_{3дБ}, \% \quad (13)$$

является довольно чувствительным показателем качества оконной функции.

9. Максимальный уровень боковых лепестков в дБ по отношению к уровню основного лепестка модуля преобразования Фурье (W_{max}) определяется путем оценки максимума функции $10 \cdot \lg(F^2(y))$ при $y > C$.

10. Скорость спада боковых лепестков в дБ на октаву (ΔW) характеризует уменьшение максимальных уровней боковых лепестков при увеличении частоты в 2 раза. Все оконные функции, рассчитываемые с использованием соотношений (1) – (7), обладают скоростью спада боковых лепестков не менее 6 дБ на октаву.

Изменяя число членов ряда (1), используя различные интервалы $[-C, C]$ при решении уравнений (7) и ограничивая точность вычисляемых коэффициентов a_m ($1 \leq m \leq M$), можно построить высокоэффективные оконные функции, часть из которых совпадает с оптимальными из табл. 1. Заметим, что если все коэффициенты a_m равны нулю, то оконная функция вырождается в прямоугольное окно Дирихле.

Результаты расчетов сведены в табл. 2 и 3.

Как следует из табл. 2 с увеличением интервала $[-C, C]$ максимальный боковой лепесток Фурье-образа оконной функции плавно уменьшается (от -26 дБ при $C = 1$ до -170 дБ при $C = 7$). При этом увеличивается эквивалентная шумовая полоса окна и максимальные потери. В то же самое время плавно уменьшаются коэффициенты когерентного усиления и корреляции перекрывающихся участков, величина паразитной амплитудной модуляции. При этом, несмотря на значительное изменение параметра C коэффициент δ , являющийся показателем качества оконной функции, изменяется незначительно (см. Примечания в табл. 3) – от 4,6% при $W_{max} = 26$ дБ до 5,93% при $W_{max} = 170$ дБ.

Для иллюстрации того, что все оптимальные оконные функции, описанные в табл. 1, могут быть построены с использованием изложенной методики, в табл. 2 приведены параметры нескольких стандартных оконных функций, отмеченных в Примечаниях табл. 3.

Рис. 2 и 3 иллюстрируют формы Фурье-преобразований нескольких оконных функций.

Заключение

Предложен новый метод расчета оконных функций, основанный на минимизации мощности его спектральных компонент вне пределов заданного интервала частот. Показано, что с использованием этого метода можно реализовать как стандартные оконные функции, так и ряд новых функций с очень низким уровнем боковых лепестков, пригодных для анализа весьма малых сигналов. Проведен расчет основных параметров таких окон, их эффективность при обнаружении гармонических сигналов в широкополосном шуме и при наличии интенсивных гармонических помех.

Литература

1. Хэррис Ф. Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье. – ТИИЭР, 1978, т.6, №1, с. 60 – 96.
2. Дворкович В. П. Оптимизация измерительных сигналов для оценки характеристик телевизионного канала. – Радиотехника, 1988, №2, с. 3 – 10.

Памяти Клода Элвуда ШЕННОНА

В возрасте 84 лет скончался Клод Шеннон – выдающийся американский ученый. Гений нуля и единицы ушел в Вечность, где по определению остаются навсегда.

○ становите первого встречного человека на улицах Москвы и попросите его назвать нескольких известных ему людей. Поверьте, среди них будут писатели, художники, музыканты, но очень мало ученых нашего времени. А Шеннона, как правило, назовут, возможно, наряду с Норбертом Винером, потому что именно эти два человека совершили революцию в мышлении людей XX века. И не в какой-либо абстрактной области, а в самой актуальной – в понимании сущности информации, ее преобразовании и передаче.

Профессора Клода Шеннона помнят все. Но возможно, не все знают, что он родился в г. Петоски (штат Мичиган, США) 30 апреля 1916 года. В 1936 году он получил степень бакалавра по математике и электронике в Мичиганском университете. Но уже в 1940 году (в 24 года) – он доктор наук (доктор философии) Массачусетского технологического института (MIT). Более 30 лет (с 1941 по 1972 г.) работает в компании Bell Laboratories (штат Нью-Джерси), где начинал как военный шифровальщик, а затем в MIT.

Шеннон – это философия, воззрение на мир информации, это научная теория, строгая математика и одновременно техника передачи информации.

Он один из первых исследователей понял, что количество информации – это не просто количество знаков или звуков, а нечто более сложное, зависящее от статистики знаков, проще говоря, от частоты их появления в текстах. Кто из инженеров, хотя бы косвенно связанных с передачей сигналов по линиям связи, не знает этой формулы энтропии источника

$$H = -\sum_{i=1}^N P \log P_i,$$

где P – вероятность появления знака i ; N – их количество (алфавит), а H – количество информации, которое в среднем приносит знак. Конечно, эта формула относится к предельно простому случаю независимых знаков при отсутствии помех. Но сколько копий было сломлено по ее поводу и к анализу каких только объектов ее не пытались применить – вплоть до анализа произведений искусства! Самому автору пришлось «вмешаться» и охладить пыл исследователей.

Невозможно в кратком очерке изложить все научные заслуги К. Шеннона. Кто ныне не знает, например, «мышь» персонального компьютера Тезеус? Это он ее ввел в ранних попытках построить искусственный интеллект. Его вклад в эту область велик. Но об одном нельзя не сказать немного подробнее. Он сделал на первый взгляд невозможное: математически нашел предельную пропускную способность канала передачи информации при наличии помех, – канала, устройство которого мы еще не знаем! Это казалось чудом, сопоставимым только с теорией потенциальной помехоустойчивости

академика Владимира Котельникова, вычислившего минимальную вероятность ошибок, которой можно достигнуть в приемнике, устройство которого мы не знаем.

Формула Шеннона бессмертна. Пропускная способность линии передачи

$$C = W \log(1 + P_c/P_{ш}).$$

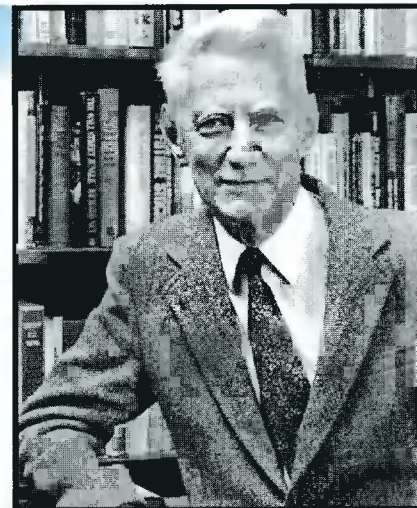
Специалистам не надо объяснять ее смысл, так как ее знают все. Из нее, в частности, следуют фундаментальные выводы, важные для практики. Одним из них является не осознаваемый ранее и потому удивительный факт: можно передавать сигналы практически без ошибок при любой мощности передатчиков, придется только передавать «медленно».

Все усилия современных теоретиков и практиков направлены на достижение предела Шеннона. Этот предел – эталон, он как «закон сохранения». Все изобретения, при которых нарушается предел Шеннона, – отклоняются как нереальные. А реальные стремления инженеров – приблизиться к пределу Шеннона. Это приближение сегодня есть, но до предела еще далеко. Сам К. Шеннон не указал конкретного пути реализации найденного предела, хотя и обозначил генеральное направление.

Количество его научных трудов и почетных званий огромно. В 1948 году он опубликовал главный труд своей жизни – монографию «Математическая теория связи» (A Mathematical Theory of Communication), ставшую затем классической. В этой работе сказаны святые для любого программиста слова: «Фундаментальная проблема коммуникации состоит в передаче сообщения от одной точки к другой точке с максимальной степенью достоверности». Многие годы теоретические публикации других авторов редки были без ссылки на Шеннона. Меняются виды сигналов, способы кодирования, методы анализа, технологии изготовления электронных устройств...

Но идеи Клода Шеннона не меняются. Он сказал свое слово. На сегодня оно представляется нам вечным.

Он был красивым скромным человеком. Это его слова: «Мне было только интересно узнать, как это все соединено» (I just wondered how things were put together). Если бы всегда наше любопытство заканчивалось так же!



**Клод Элвуд Шеннон
(30 апреля 1916 –
24 февраля 2001)**

Г.С. Ланцберг, Л.И. Филиппов